

PROVA DE ESTATÍSTICA – SELEÇÃO – MESTRADO/UFMG- 2007

Instruções para a prova:

- a) Cada questão respondida corretamente vale um ponto.
 - b) Questões deixadas em branco valem zero pontos (neste caso marque todas alternativas).
 - c) Cada questão respondida incorretamente vale -1 ponto.
 - d) Pelo menos 9 questões devem ser respondidas pelo candidato.
 - e) A nota final será dada a partir da soma total dos pontos (negativos e positivos).
 - f) As opções escolhidas devem ser assinaladas na folha de respostas no final da prova.
-

- 1) O exame da árvore familiar de uma mulher mostra que ela tem 50% de chance de ser portadora de hemofilia. Se ela é uma portadora, há 50% de chance de que qualquer filho em particular também seja portador da doença, com diferentes filhos sendo independentes uns dos outros. Se ela não é portadora, nenhum filho pode herdar a doença. Considere as probabilidades abaixo
- (i) Seu primeiro filho seja normal;
 - (ii) Seu segundo filho seja normal;
 - (iii) Se o primeiro filho é normal, seu segundo filho também seja normal;
 - (iv) Se os primeiros dois filhos são normais, ela seja portadora da doença.
- Estes valores são dados respectivamente por:
- a) 0,75; 0,75; 0,50; 0,50.
 - b) 0,75; 0,75; 0,83; 0,20.
 - c) 0,50; 0,50; 0,83; 0,20.
 - d) 0,50; 0,75; 0,50; 0,50.
- 2) Suponha que os QI's de estudantes de matemática sejam normalmente distribuídos com média 120 e variância 100. (a) Se uma classe de 25 estudantes é selecionada aleatoriamente, qual é a probabilidade que o QI médio da classe exceda 125? Se duas classes de 25 estudantes cada são selecionadas aleatoriamente, qual é a probabilidade que o QI médio para as duas classes difira por mais de 5?
- a) 0,3085; 0,7088
 - b) 0,0062; 0,0384
 - c) 0,3085; 0,3544
 - d) 0,0062; 0,0767
- 3) O volume de chuva anual (em m^3) de uma certa região é normalmente distribuído com média $\mu = 30$ e variância $\sigma^2 = 9$. A probabilidade de que demore 5 anos antes que ocorra um volume de chuva superior a $33 m^3$ é:
- a) 0,1587
 - b) 0,0795
 - c) 0,0001
 - d) 0,4214

4) Seja X_1, \dots, X_{25} uma amostra aleatória de uma distribuição normal $X_i \sim N(\mu, 4)$ e suponha que $\bar{x} = 11$. Considere o teste $H_0 : \mu \geq 12$ vs. $H_1 : \mu < 12$ ao nível de significância $\alpha = 0,01$. Sejam as seguintes afirmativas:

- (i) Não se pode rejeitar H_0 ao nível de significância dado.
- (ii) A probabilidade do erro tipo II, se $\mu = 10,5$ é 0,894.
- (iii) O tamanho amostral necessário para que o poder do teste seja 0,95 para o valor alternativo $\mu = 10,5$ é 44.

Escolha a alternativa correta que corresponda às respostas dos itens (i), (ii) e (iii), respectivamente.

- a) Falso, Falso, Verdadeiro
 - b) Falso, Verdadeiro, Falso
 - c) Verdadeiro, Falso, Verdadeiro
 - d) Verdadeiro, Verdadeiro, Falso
- 5) Em um experimento com $n=12$ mulheres, a seguinte relação linear entre a pressão sistólica (Y), em g/dl, e a idade (X) foi encontrada:

$$Y = 0,114326 + 0,04623 X$$

(0,057) (0,013)

Obs.: O valor em parênteses corresponde ao erro padrão do coeficiente.

A análise de variância para o modelo é dada abaixo:

Análise de Variância

Fonte	gl	SQ	QM	F	P
Regressão	1	0,509	0,509	14,54	0,004
Erro Residual	10	0,358	0,035		
Total	11	0,868			

O erro padrão residual do modelo (S), o valor do coeficiente de determinação (R^2), e o coeficiente de correlação $\hat{\rho}$ são dados respectivamente por:

- a) $S = 0,187$ $R^2 = 58,6\%$ $\hat{\rho} = 0,7656$
- b) $S = 0,035$ $R^2 = 70,4\%$ $\hat{\rho} = 0,839$
- c) $S = 0,035$ $R^2 = 58,6\%$ $\hat{\rho} = 0,765$
- d) $S = 0,509$ $R^2 = 70,4\%$ $\hat{\rho} = 0,839$

- 6) Suponha que D denota a demanda diária de uma certa peça e seja uma variável aleatória com a seguinte distribuição de probabilidade:

$$P(D = d) = \frac{C2^d}{d!}, \quad d = 1, 2, 3, 4.$$

- (i) Calcule a constante C .
(ii) Calcule a demanda esperada.
(iii) Suponha que uma peça seja vendida por 5,00 reais. Um fabricante produz diariamente K peças. Qualquer peça que não tenha sido vendida ao fim do dia deve ser abandonada, com um prejuízo de 3,00 reais. Determine a distribuição de probabilidade do lucro diário, como uma função de K . Quantas peças devem ser fabricadas para tornar máximo o lucro diário esperado?

Escolha a resposta correta que corresponda respectivamente aos itens (i), (ii) e (iii).

- a) 1/5 19/9 3
b) 1/6 18/9 1
c) 1/6 19/9 2
d) 1/6 18/9 1

- 7) Suponha que a f.d.p. conjunta da variável aleatória bidimensional (X, Y) seja dada por

$$f(x, y) = x^2 + \frac{xy}{3}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 2$$

Calcule as seguintes probabilidades:

- (i) $P\left(X > \frac{1}{2}\right)$.
(ii) $P\left(Y < \frac{1}{2} \mid X < \frac{1}{2}\right)$. (Obs. “|” significa condicional)

Escolha a resposta correta que corresponda respectivamente aos itens i e ii.

- a) 4/6 4/32
b) 4/6 5/32
c) 5/6 4/32
d) 5/6 5/32

- 8) A produção de leite na primeira lactação foi medida em 20 vacas selecionadas aleatoriamente dentre as vacas de uma fazenda. A produção média nesta amostra de 1500 litros e o desvio padrão de 300 litros. Construa intervalo de 98% de confiança para a produção média de leite na primeira lactação das vacas dessa fazenda.

Escolha a resposta correta.

- a) [1344; 1656]
b) [1308; 1692]
c) [1330; 1670]
d) [1368; 1632]

9) Em um estudo sobre adulteração de gasolina distribuída em Minas Gerais o sindicato dos donos de postos afirma que a porcentagem de postos em que há adulteração é $p=20\%$. Enquanto que a fiscalização dos órgãos governamentais acha que esta porcentagem é maior. São selecionados 150 postos de gasolina na cidade de Belo Horizonte e a gasolina é examinada. Dos 150 postos 32 apresentam a gasolina adulterada.

- (i) Formule o problema como um teste de hipóteses estatístico.
- (ii) Determine uma região crítica para um nível de significância de 5%.
- (iii) Com base na região crítica construída em (ii), qual é a sua conclusão?
- (iv) Se de fato $p=25\%$ qual é a probabilidade do erro de tipo II?

Escolha a resposta correta que corresponda respectivamente aos itens (i), (ii), (iii) e (iv).

- a) $H_0: p = 0,20$ $H_1: p < 0,20$; $RC(X) = \{x \in N \mid x \geq 37\}$; Aceita-se H_0 ; 0,50.
- b) $H_0: p = 0,20$ $H_1: p > 0,20$; $RC(X) = \{x \in N \mid x \geq 38\}$; Aceita-se H_0 ; 0,55.
- c) $H_0: p = 0,20$ $H_1: p > 0,20$; $RC(X) = \{x \in N \mid x \geq 38\}$; Rejeita-se H_0 ; 0,50.
- d) $H_0: p = 0,20$ $H_1: p < 0,20$; $RC(X) = \{x \in N \mid x \geq 37\}$; Rejeita-se H_0 ; 0,55.

10) Métodos de regressão foram usados para analisar dados provenientes de um estudo de investigação da relação entre a temperatura (x) da superfície da estrada e a deflexão (y) do pavimento. Um sumário das quantidades é: $n=20$, $\sum y_i = 12,75$, $\sum y_i^2 = 88,6$, $\sum x_i = 1478$, $\sum x_i^2 = 143215,8$ e $\sum x_i y_i = 1083,67$.

- (i) Calcule as estimativas de mínimos quadrados da inclinação e da interseção.
- (ii) Use a equação da reta ajustada para prever que valor da deflexão do pavimento seria observado quando a temperatura da superfície fosse 85°F .
- (iii) Que mudança na deflexão média do pavimento seria esperada para uma mudança de 1°F na temperatura da superfície?

Escolha a resposta correta que corresponda respectivamente aos itens (i), (ii) e (iii).

- a) $\hat{y} = 0,330 + 0,004x$; $\hat{y} = 0,670$; 0,004.
- b) $\hat{y} = 0,320 + 0,003x$; $\hat{y} = 0,784$; 0,003.
- c) $\hat{y} = 0,330 + 0,003x$; $\hat{y} = 0,670$; 0,003.
- d) $\hat{y} = 0,320 + 0,004x$; $\hat{y} = 0,784$; 0,004.

- 11) Uma Companhia de Seguros de Saúde cobre os sinistros de empregados de uma pequena empresa. O valor V dos sinistros ocorridos durante um ano é dado por

$$V = 100000 Y,$$

onde Y é uma variável aleatória com função densidade

$$f(y) = k (1 - y)^4, \text{ para } 0 < y < 1,$$

$$f(y) = 0, \text{ caso contrário,}$$

onde k é uma constante. Qual é a probabilidade condicional que V exceda 40000, dado que V excede 10000, ou seja, $P(V > 40000 | V > 10000)$?

- a) 0,08
- b) 0,13
- c) 0,87
- d) 0,20

- 12) O lucro mensal da Companhia I pode ser modelado por uma variável aleatória contínua com função densidade $f(x)$. A Companhia II tem um lucro mensal que é o dobro do lucro da Companhia I. Determine a função densidade de probabilidade do lucro mensal da Companhia II.

- a) $(1/2) f(x/2)$
- b) $f(x/2)$
- c) $2 f(x/2)$
- d) $2 f(x)$

- 13) Durante um período de um ano, o número de acidentes por dia teve a seguinte distribuição:

Número de Acidentes	Dias
0	209
1	111
2	33
3	7
4	3
5	2

Use um teste qui-quadrado para medir o ajuste de uma distribuição de Poisson com média 0,60. O número mínimo esperado de observações em qualquer grupo deve ser 5. O número máximo possível de grupos deverá ser usado. O valor da estatística qui-quadrado é, aproximadamente,

- a) 1
- b) 10
- c) 3
- d) 13

14) Pretende-se investigar a relação entre o consumo per capita de gás natural e o preço do gás natural. Para isto, foram reunidos dados de 20 cidades e foi considerado o seguinte modelo:

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon,$$

onde Y representa o consumo per capita, X representa o preço e ε representa o termo do erro aleatório normal. Além disso, foram obtidos os seguintes valores:

$$\hat{\alpha} = 138,561 \text{ (estimativa de MQ de } \alpha \text{)}$$

$$\hat{\beta} = -1,104 \text{ (estimativa de MQ de } \beta \text{)}$$

$$\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 90048,00$$

$$\sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 116058,00$$

$$\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 10668,00$$

$$\sum_{i=1}^{20} (y_i - \bar{y})^2 = 20838,00$$

$$\sum_{i=1}^{20} (y_i - \hat{y}_i)^2 = 7832,00$$

Construa o intervalo de confiança de 95% para β . (MQ = Mínimos Quadrados)

- a) (-2,1 ; -0,1)
- b) (-1,9 ; -0,3)
- c) (-1,7 ; -0,5)
- d) (-1,5 ; -0,7)

15) Para uma variável aleatória X, são dados:

$$E(X) = \theta, \quad \theta > 0,$$

$$\text{Var}(X) = \theta^2 / 25.$$

Considere o seguinte estimador do parâmetro θ :

$$\hat{\theta} = k X / (k + 1), \quad k > 0,$$

$$\text{EQM}(\hat{\theta}) = 2 [b(\hat{\theta})]^2,$$

onde $\text{EQM}(\hat{\theta}) = \text{Erro Quadrático Médio de } \hat{\theta}$, $b(\hat{\theta}) = \text{vício do estimador } \hat{\theta}$. Calcule k.

- a) 0,2
- b) 0,5
- c) 2
- d) 5

PROVA DE ESTATÍSTICA – SELEÇÃO – MESTRADO/UFMG – 2007

Assinale no quadro abaixo as opções escolhidas para cada questão:

Questão	a	b	c	d
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				

Nome:

Assinatura:

Carteira de Identidade / Passaporte:
