

# **Bioestatística F**

## **Variável Aleatória Normal Faixas de Referência**

Enrico A. Colosimo

Depto. Estatística – UFMG

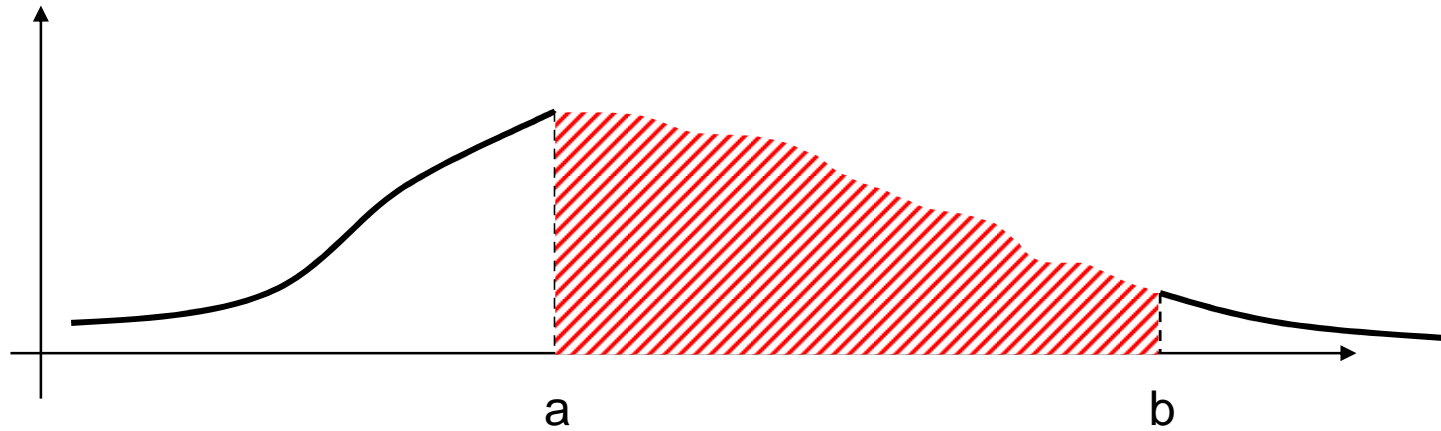
<http://www.est.ufmg.br/~enricoc/>

# Variáveis Aleatórias Contínuas

- A probabilidade, no caso contínuo é caracterizada a partir de uma função positiva denominada densidade de probabilidade  
*“A densidade não é uma probabilidade, mas uma função matemática”*
- Definição:  $f(x)$  é uma função contínua de probabilidade ou função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua  $X$ , se:
  - $f(x) \geq 0, \quad \forall x \in \{-\infty; +\infty\}$
  - A área definida por  $f(x)$  é igual a 1.  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) = 1$
  - O cálculo de probabilidade é definido como:

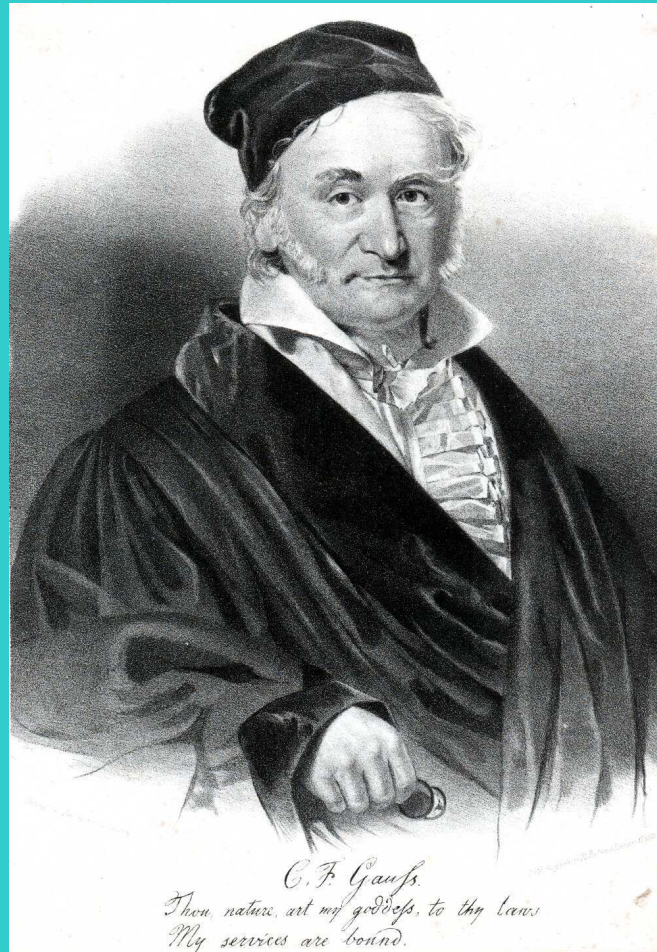
$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx, \quad \text{onde } a < b.$$

# Cálculo de Probabilidade



- A probabilidade é definida como a área entre os pontos  $a$  e  $b$ .

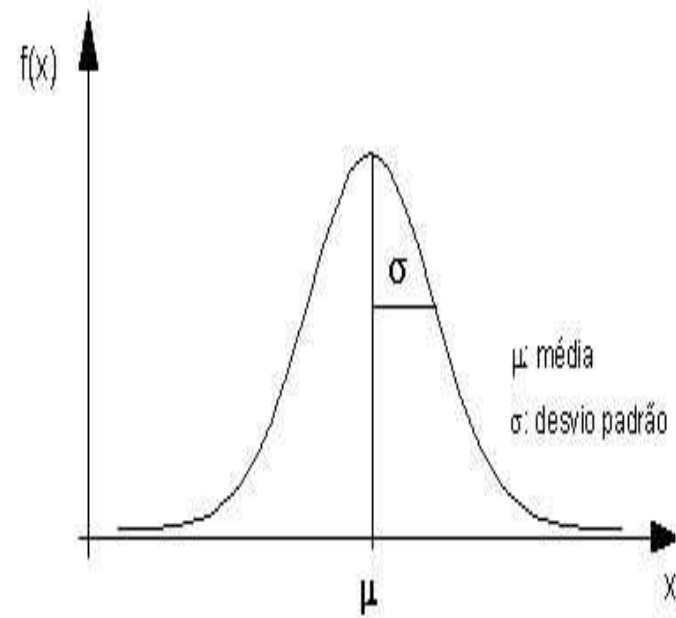
# Modelo Normal ou Curva de Gauss



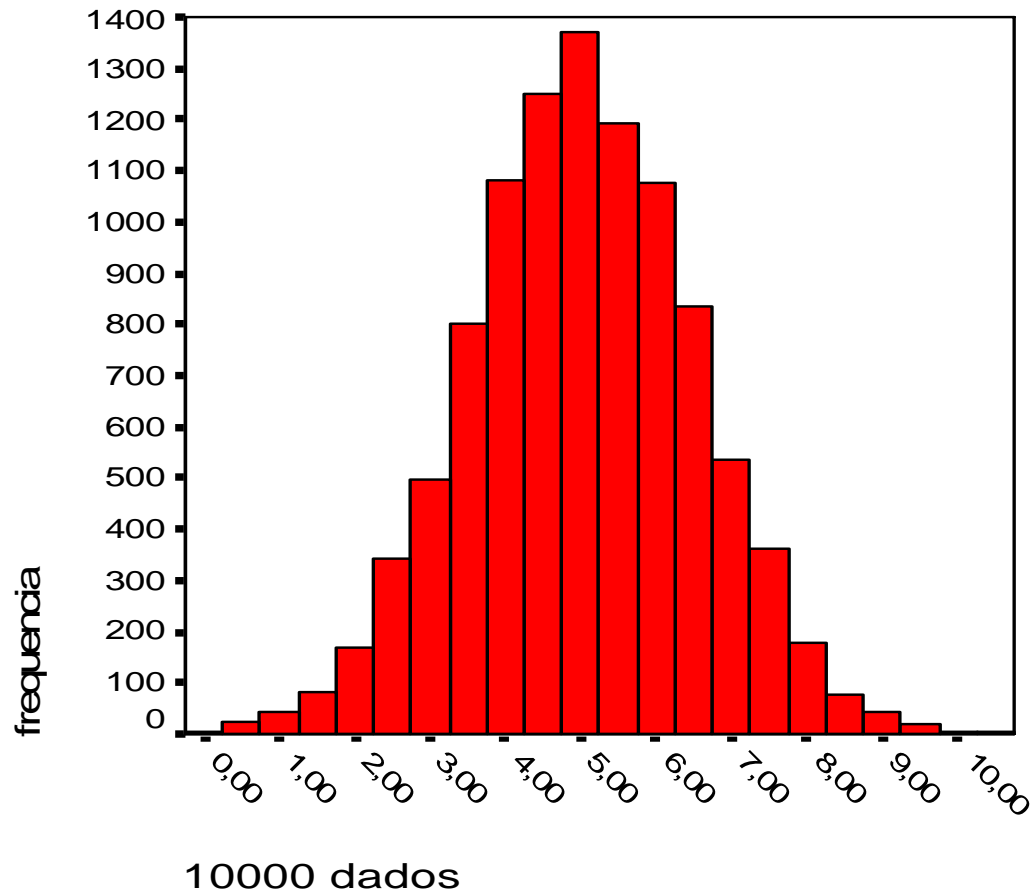
**K.F. Gauss (Alemanha, 1777-1855)**

# Distribuição normal ou curva de Gauss

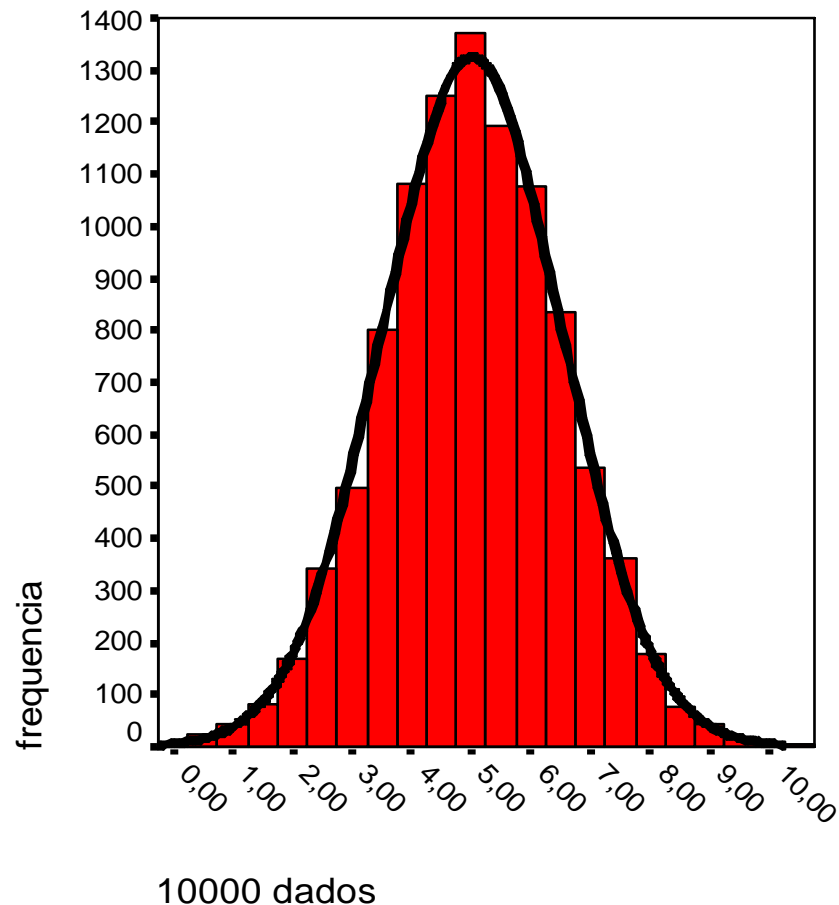
- Definida por dois parâmetros: a média e o desvio padrão
- Simétrica em torno da média
- Largura, ou amplitude, da curva determinada pelo desvio padrão



# Histograma de Datos



# Histograma suavizado



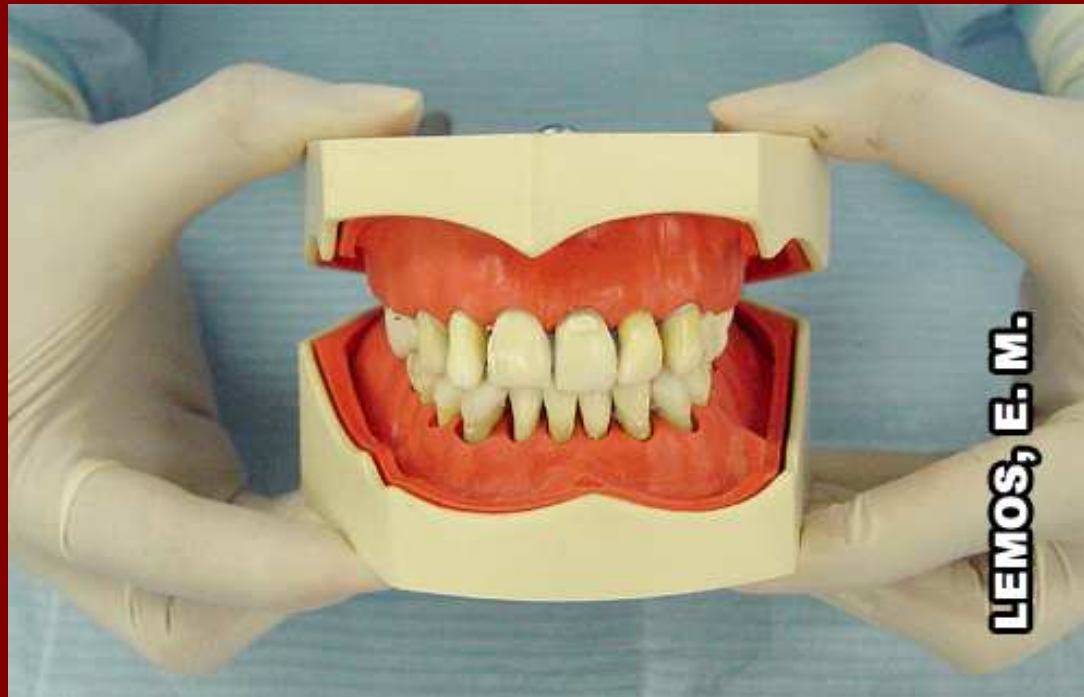
- A área sob a curva é igual à soma das áreas dos retângulos do histograma.
- Isto é, a área sob a curva compreende 100% dos dados.



# Exemplos

- Estatura de adultos
- Peso ao nascimento
- Perímetro cefálico
- Distância
- Tempo de efeito de um anestésico tópico
- Construção de faixas de referência
- Nota de prova
- Segundo sexo
- Segundo sexo
- Segundo raça
- Segundo princípio ativo

# Modelo



# Função matemática que gera a distribuição Normal

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

# Modelo

- Flexível → modela vários fenômenos.
- Mínimo → Economia de parâmetros:
- Simétrico em torno da origem →  
Facilidade de leitura e de interpretação.

# Distribuição normal ou curva de Gauss

- Definida por dois parâmetros:  
A média e o desvio padrão.
- É simétrica em torno da média,  
seu ponto central.
- Largura (amplitude) da curva  
determinada pelo desvio  
padrão.
- Média = Mediana.

# Como calcular probabilidades?

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx, \quad \text{onde } a < b.$$

em que,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

# *Felizmente,*



- Existe uma tabela pronta para ser consultada.

# Distribuição Normal $Z(0, 1)$ , padrão ou reduzida

---

## Variável Normal Padronizada

- Seja uma variável aleatória  $X$  normal, com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ .

$$\frac{X - \mu}{\sigma} = Z \sim N(\mu = 0, \sigma = 1)$$

- A **Transformação Inversa** é:

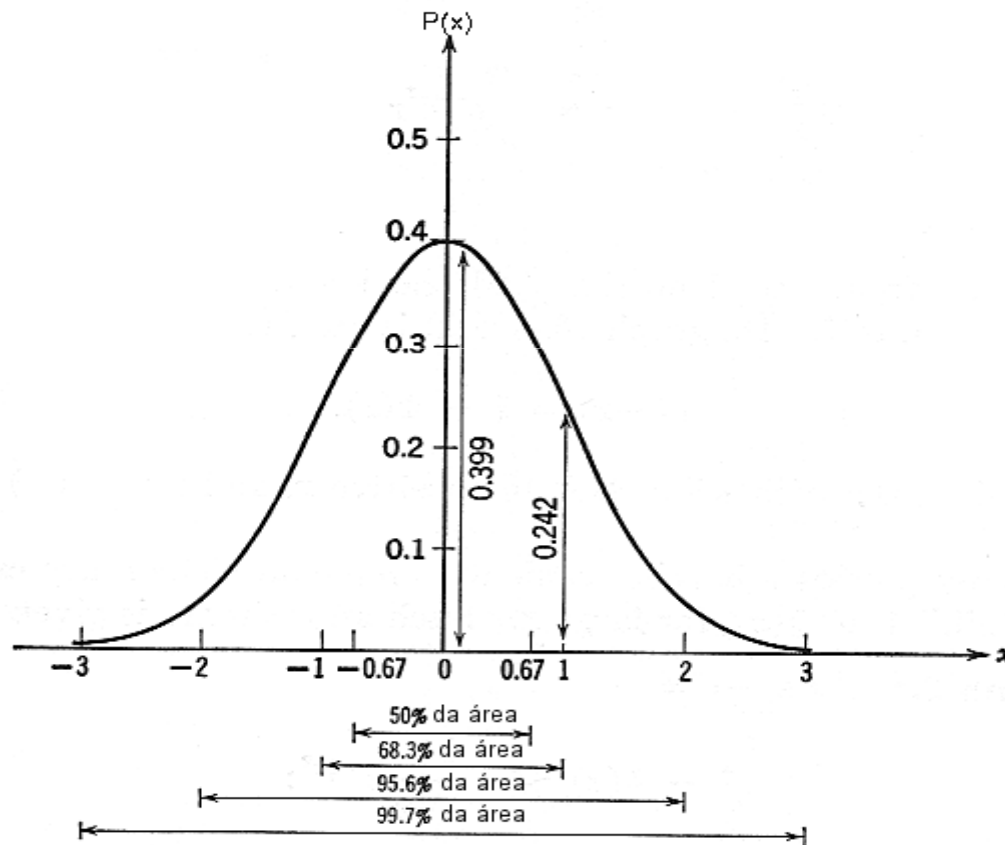
$$X = Z \cdot \sigma + \mu$$

**O comportamento de um grande conjunto de variáveis reais pode ser modelado por uma variável aleatória Normal.**

---



# Variável contínua com média e desvio-padrão



## Função de Distribuição Normal

x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441

# Leitura da tabela

- 1ª. Coluna – inteiro e a primeira decimal.

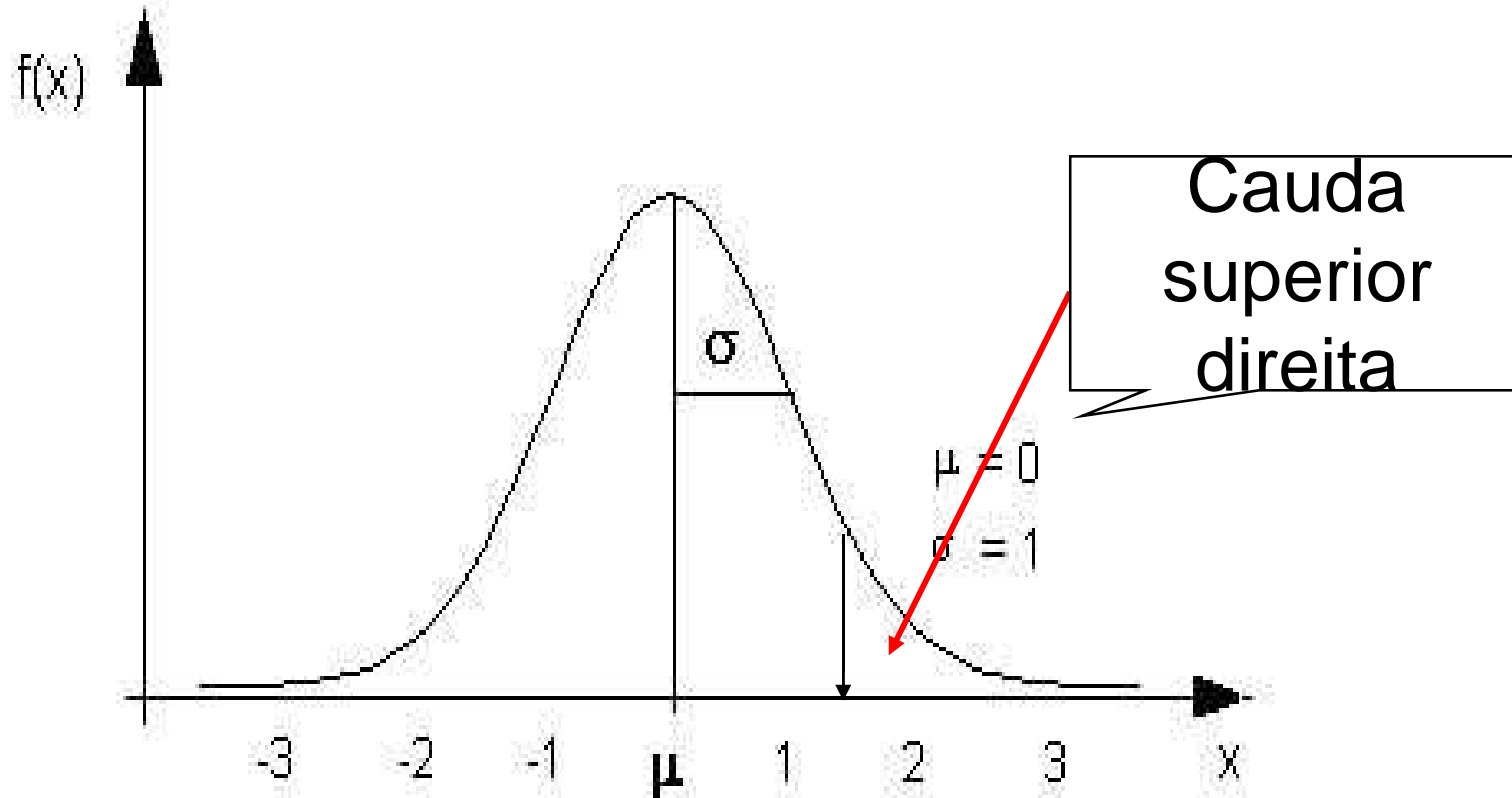
x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
L.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
L.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
L.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
L.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
L.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319

# Leitura da tabela

- Cabeçalho das colunas – segunda decimal

x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
L.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
L.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
L.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
L.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
L.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319

# Corpo da tabela – probabilidade da cauda inferior (esquerda)



# Exercício

- $X$ : pressão sanguínea diastólica
- Distribuição Normal
- Média  $\mu = 77$  mmHg
- Desvio padrão  $\sigma = 11,6$  mm Hg

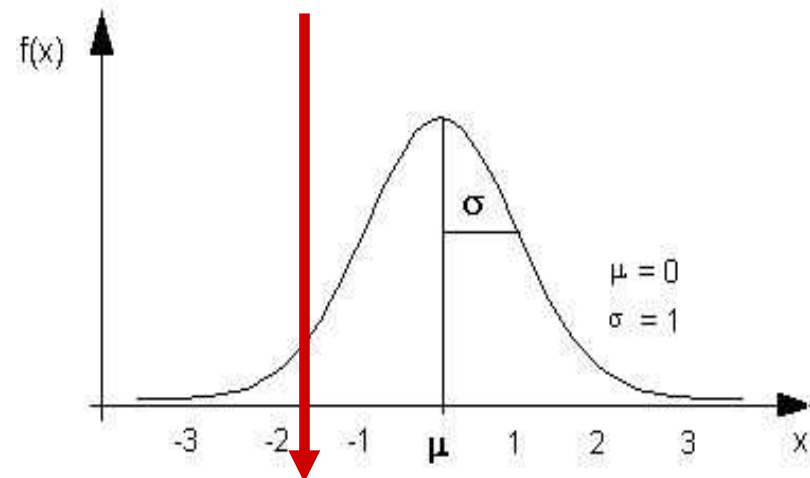
## Exercício a) Probabilidade da pressão ser inferior a 60 mmHg

Temos que:

$$\diamond 60 - 77 = -17$$

$$\diamond -17 / 11,6 = -1,46$$

- Então,
- $\Pr(Z < -1,46) = 0,0721$



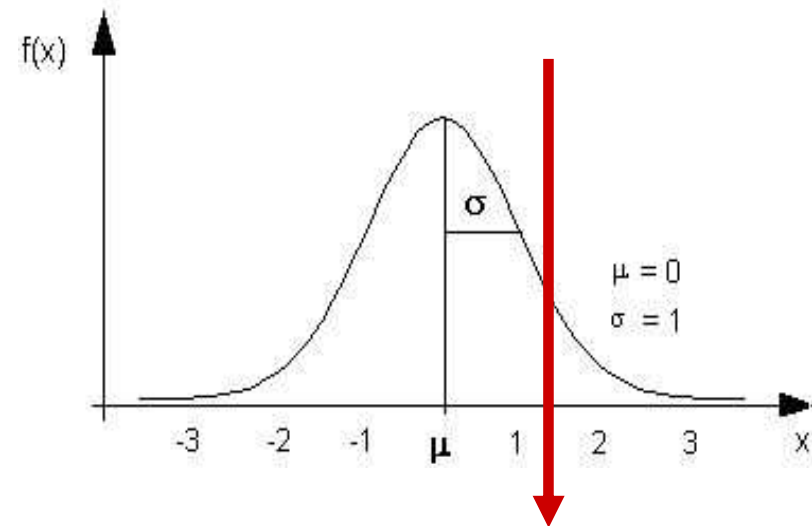
# Exercício 18 b)

Temos que:

$$\diamond 90 - 77 = 13$$

$$\diamond 13 / 11,6 = 1,12$$

- Então,
- $\Pr(Z > 1,12) = 0,1314$



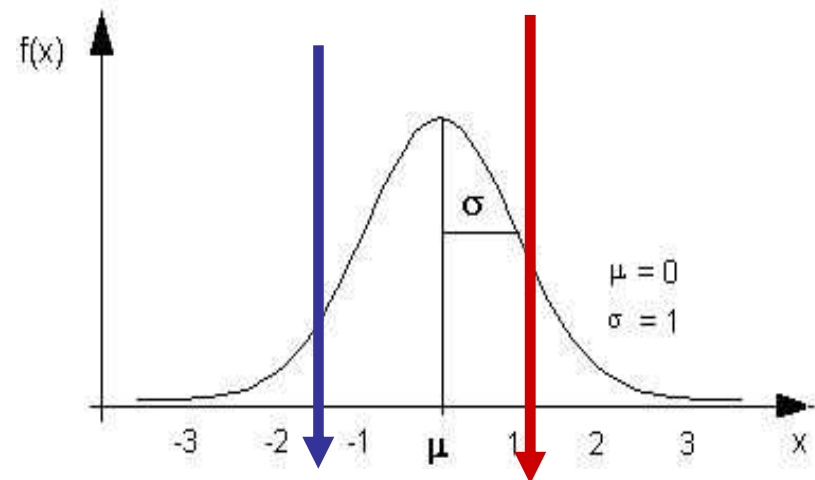


# Exercício 18 c)

Temos que:

- ❖  $\Pr (Z < 90) = 0,8686$
- ❖  $\Pr (Z < 60) = 0,0721$

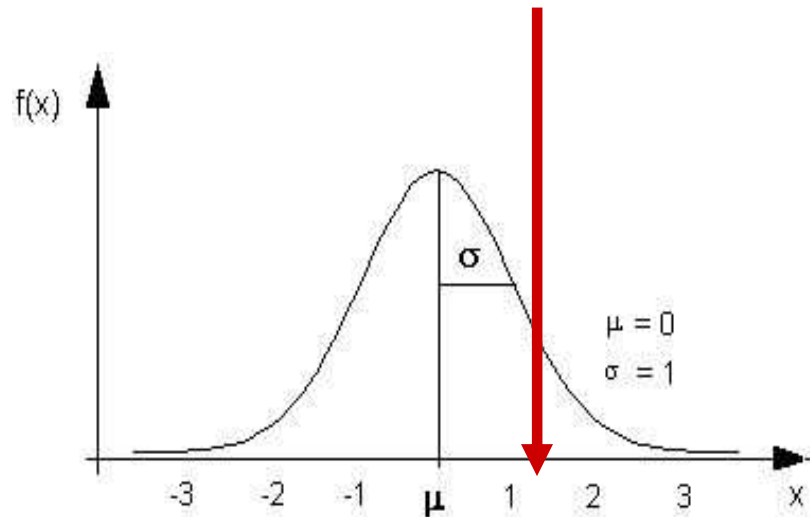
- Então,
- $\Pr(60 < X < 90) =$
- $0,8686 - 0,0721 =$
- $0,7965$



Exercício d) Qual é o valor de pressão diastólica que deixa 90% dos indivíduos abaixo dela?

Temos que:

- ❖ Buscar o valor de  $z$  na tabela ( $z=1,28$ )
- ❖ Fazer a transformação inversa.
- ❖  $X = 1,28 * 11,6 + 77$



# Distribuição normal ou curva de Gauss

- Por se tratar de um modelo, permite também a avaliação do que se distancia ou se desvia deste modelo.

## Aplicações do modelo de **Distribuição normal**

- - Determinação de faixas de valores de referência de medidas contínuas (*reference ranges*)

# Aplicações do modelo de **Distribuição normal**

- - Definição de grupos e sub-grupos em escalas padronizadas

## Aplicações do modelo de **Distribuição normal**

- - Distribuição amostral de médias – Teorema Central do Limite.
- - Modelo teórico para determinação de tamanhos de amostras



E, por hoje, é só.