

Sistemas Reparáveis - Técnicas Não-Paramétricas

Enrico A. Colosimo

Colaboração: Fátima Pontel

Programa de Pós-Graduação em Estatística - UFMG

Sistemas Reparáveis

- ▶ Objetivo Principal(?) do Estudo: verificar tendência do(s) sistema(s).
- ▶ REPARO MÍNIMO: voltar a condição de "tão ruim quanto velho".
- ▶ Processo de Renovação: voltar a condição de "tão bom quanto novo".

Verificação de Tendência do Sistema

- ▶ Melhorar: tempos entre falhas estão aumentando ao longo do acompanhamento.
- ▶ Estável: sem tendência (Processo de Poisson Homogêneo).
- ▶ Piorando: tempos entre falhas estão diminuindo ao longo do acompanhamento.
- ▶ Combinação de condições!!

Verificação de Tendência do Sistema

1. Técnicas Gráficas:

- ▶ MCF (Mean Cumulative Function):

$$\Lambda(t) = E(N(t)) \quad (1)$$

- ▶ TTT plot (gráfico de Tempo Total sob Teste)

2. Testes Estatísticos: H_0 : PPH vs H_1 : PPNH

- ▶ Laplace
- ▶ Militar

OBS.: todos estão bem definidos para um sistema.

Formas de Coleta de Dados

1. Truncamento por Tempo:
 - ▶ Tempo de acompanhamento fixo: t
 - ▶ Número de falhas é aleatório.
2. Truncamento pelo Número de Falhas:
 - ▶ Número de falhas fixo: k .
 - ▶ t_k é aleatório.

OBS.: Técnicas estatísticas apresentam formas similares para as duas formas de coleta de dados.

Técnicas Não-Paramétricas para um Único Sistema: Técnicas Gráficas

- ▶ MCF (Mean Cumulative Function):

$$\hat{\Lambda}(t) = \sum_{i=1}^k I(t_i < t)$$

Interpretação: convexo: piorando; côncavo: melhorando; reta: sem tendência.

- ▶ TTT plot (gráfico de Tempo Total sob Teste):
gráfico de i/k vs t_i/t_k

Interpretação: côncavo: piorando; convexo: melhorando; reta: sem tendência.

Técnicas Não-Paramétricas para um Único Sistema: Testes Estatísticos

H_0 : PPH vs H_1 : PPNH

1. Teste Laplace:

- ▶ Truncamento por Falha condicional a $T_k = t$

$$S = \sum_{i=1}^{k-1} t_i$$

tem sob H_0 uma distribuição $U(0, t)$. Então

$$L = \frac{S/(k-1) - t/2}{t/\sqrt{12(k-1)}}$$

tem sob H_0 uma distribuição $N(0, 1)$.

Técnicas Não-Paramétricas para um Único Sistema: Testes Estatísticos

H_0 : PPH vs H_1 : PPNH

- ▶ Truncamento por Tempo condicional a $K = k$

$$S = \sum_{i=1}^k t_i$$

e

$$L = \frac{(S/k) - t/2}{t/\sqrt{12(k)}}$$

tem sob H_0 uma distribuição $N(0, 1)$.

Técnicas Não-Paramétricas para um Único Sistema: Testes Estatísticos

H_0 : PPH vs H_1 : PPNH

2 Teste Militar:

- ▶ Truncamento por Falha

$$M = 2 * \sum_{i=1}^{k-1} \log(t_k/t_i)$$

tem sob H_0 uma distribuição qui-quadrado com $2(k - 1)$ graus de liberdade.

Técnicas Não-Paramétricas para um Único Sistema: Testes Estatísticos

H_0 : PPH vs H_1 : PPNH

- ▶ Truncamento por Tempo

$$M = 2 * \sum_{i=1}^k \log(t_k/t_i)$$

tem sob H_0 uma distribuição qui-quadrado com $2k$ graus de liberdade.

OBS.: Vários autores estudaram poder e propuseram outros testes para a hipótese de PPH. Veja, por exemplo, Bain e colaboradores (1985, 1991).

Técnicas Não-Paramétricas para mais de Sistema (iid): Técnicas Gráficas

- ▶ MCF (Mean Cumulative Function):

$$\hat{\Lambda}(t) = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{k_i} I(t_{ij} < t)}{\sum_{i=1}^m I(t_i < t)}$$

- ▶ TTT plot (gráfico de Tempo Total sob Teste):

Técnicas Não-Paramétricas para mais de Sistema (iid): Técnicas Gráficas

- ▶ MCF (Mean Cumulative Function):

$$\widehat{Var}(\widehat{\Lambda}(t)) = \frac{\sum_{i=1}^m (N_i(t) - \widehat{\Lambda}(t))^2}{m - 1}$$

- ▶ Construção de IC (pode dar valores negativos).
Transformação: Cook e Lawless (2007)