Distribuições de Probabilidade

Cristiano de Carvalho

Distribuições de Probabilidade

O programa R inclui funcionalidade para operações com distribuições de probabilidades. Para cada distribuição existem 4 operações básicas:

- calcula a densidade de probabilidade f(x) no ponto
- calcula a função de probabilidade acumulada F(x) no ponto
- calcula o quantil correspondente a uma dada probabilidade
- retira uma amostra da distribuição

Distribuição Normal

As funções com distribuição normal são implementadas usando o termo **norm**. Por default as funções assumem a distribuição normal padrão $N(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$.

- dnorm
- pnorm
- qnorm
- rnorm

Note que devemos passar o desvio padrão como argumento e não a variância

```r
# Distribuição normal padrão
# dnorm(-1)
# pnorm(-1)
# qnorm(0.975)
# rnorm(10)

#--------------------
# Argumentos da função
args(rnorm)
```

```
## function (n, mean = 0, sd = 1)
## NULL
```

Podemos cacular probabilidades

Seja X uma v.a. com distribuição $N(100, 100)$.

1. $P[X < 95]$
2. $P[90 < X < 110]$
3. $P[X > 95]$

```r
pnorm(95, 100, 10)
```

```
## [1] 0.3085375
```

```r
pnorm(110, 100, 10) - pnorm(90, 100, 10)
```

```
## [1] 0.6826895
```

```r
1 - pnorm(95, 100, 10)
```

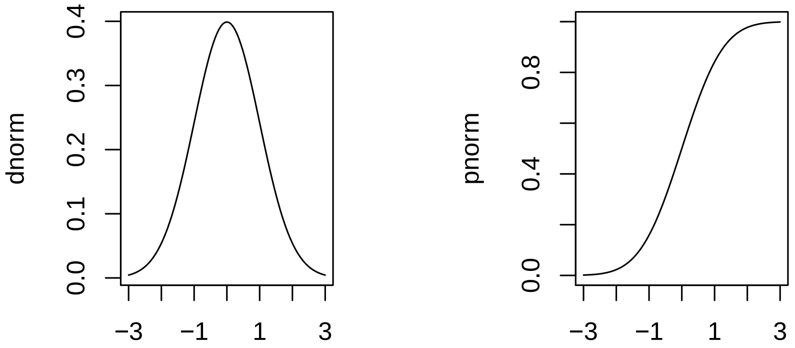
```
## [1] 0.6914625
```

```r
pnorm(95, 100, 10, lower = F)
```

```
## [1] 0.6914625
```

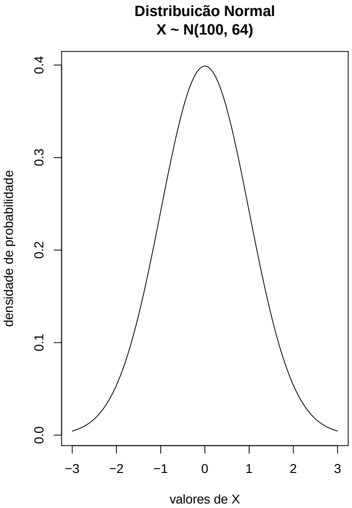
Gráficos da N(0,1)

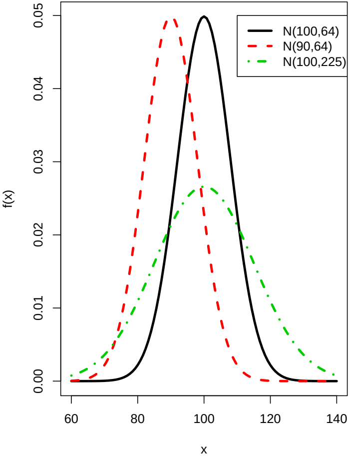
```
par(mfrow=c(1,2), mar = c(5,5,1,3))
plot(dnorm, -3, 3)
plot(pnorm, -3, 3)
```



Gráficos da $N(\mu = 100, \sigma^2 = 64)$

```r
x <- seq(70, 130, len = 100)
fx <- dnorm(x, 100, 8)
plot(x, fx, type = "l")
Fx <- pnorm(x, 100, 8)
plot(x, Fx, type = "l")
```


Distribuicão Normal
X ~ N(100, 64)
densidade de probabilidade
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
−3
−2
−1
0
1
2
3
valores de X


f(x)
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
60
80
100
120
140
x
N(100,64)
N(90,64)
N(100,225)

Binomial

- A distribuição Binomial inclui a Bernoulli como caso particular;
- Funções: dbinom, rbinom, pbinom, qbinom.

Seja X uma v.a. com distribuição Binomial com n $=$ 10 e p $=$ 0.35. Vamos ver os comandos do R para:

1. fazer o gráfico das função de densidade
2. idem para a função de probabilidade
3. calcular $P[X = 7]$
4. calcular $P[X < 8]$
5. calcular $P[X \geq 8]$
6. calcular $P[3 < X \leq 6]$

Outras distribuições

- Uniforme contínua: runif, punif, dunif, qunif
- Poisson: rpois, ...
- Outras distribuições: dbeta, dcauchy, dchisq, dexp, df, dgamma, dgeom, dlnorm, dmultinom, dnbinom, dt, dweibull

Outras funções

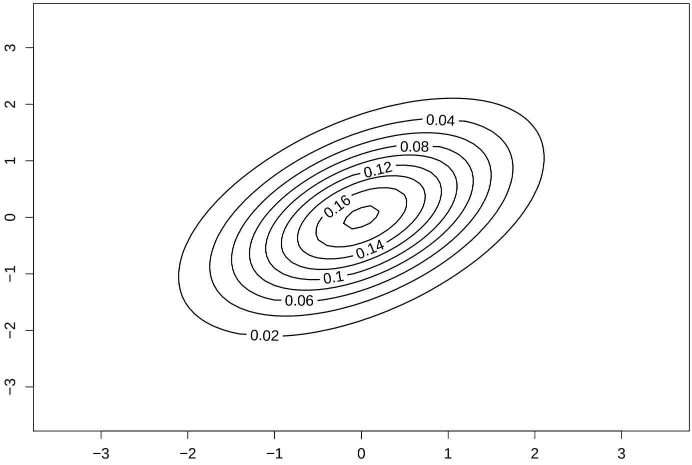
- sample: A função sample() não é restrita à distribuição uniforme discreta, podendo ser usada para sorteios, com ou sem reposição (argumento replace, default sem reposição), com a possibilidade de associar diferentes probabilidades a cada elemento (argumento prob, default probabilidades iguais para os elementos).

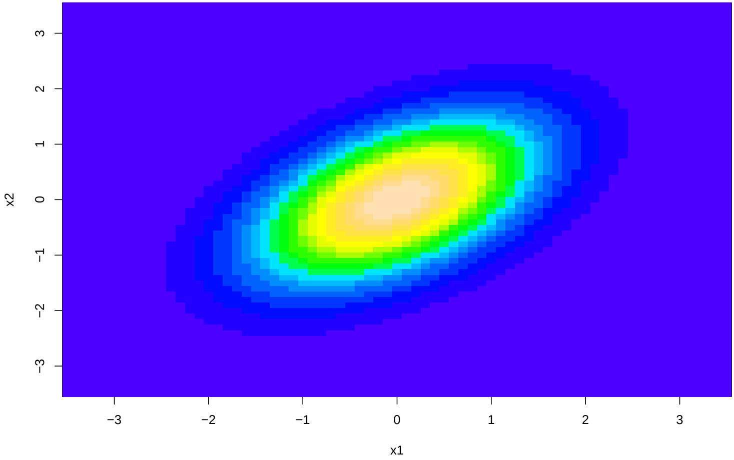
Curvas de nível e gráfico 3D

Funções:

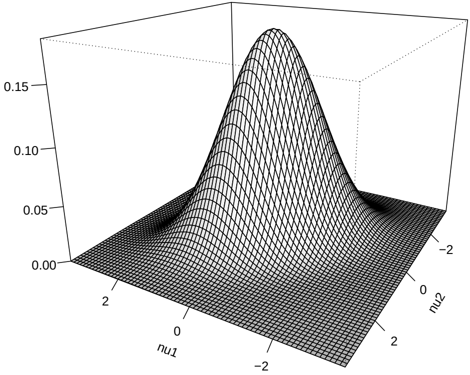
- contour
- image
- persp
- persp3d

```
## Warning: package 'mvtnorm' was built under R version 3.2.3
```

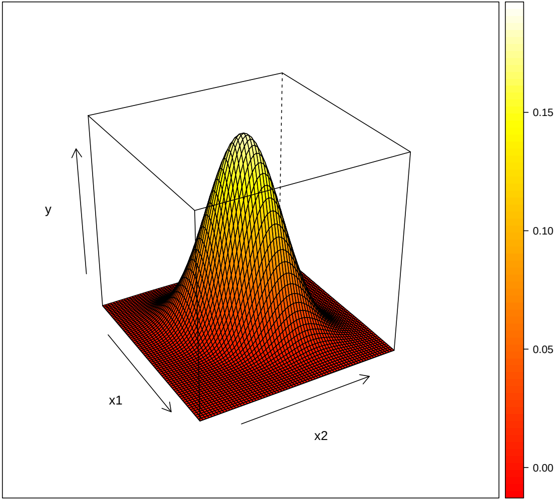




x2
3
2
1
0
−1
−2
−3
x1
−3
−2
−1
0
1
2
3


0.15
0.10
0.05
0.00
2
0
nu1
−2
−2
0
nu2
2

```
## Warning: package 'lattice' was built under R version 3.2.4
```



Lista de exercícios 3

- Forma de entrega: Mandar por email um arquivo ".txt" ou ".R" com os comandos utilizados na resolução da lista de exercícios.
- Salvar arquivo com nome Lista3-nomes dos autores-incompleta ou Lista3-nomes dos autores-final.

Exercícios

Magalhães, M.N. & Lima, A.C.P. (2001) Noções de Probabilidade e Estatística. 3 ed. São Paulo, IME-USP.

1. (Ex 1, pag 67) Uma moeda viciada tem probabilidade de cara igual a 0,4. Para quatro lançamentos independentes dessa moeda, estude o comportamento da variável número de caras e faça um gráfico de sua função de distribuição acmulada.

2. (Ex 5, pag 77) Sendo X uma variável seguindo o modelo Binomial com parâmetro n = 15 e p = 0,4, calcule

- $P(X \geq 14)$
- $P(8 < X \leq 10)$
- $P(X < 2 \text{ ou } X \geq 11)$
- $P(X \geq 11 \text{ ou } X > 13)$
- $P(X > 3 \text{ e } X < 6)$
- $P(X \leq 13 | X \geq 11)$

3. Para uma Binomial(50, 0.60) encontre os quantis de ordem 25, 50 e 75.

4. (Ex 8, pag 193) Para X $\sim$ N(90, 100), obtenha:

- $P(X \leq 115)$
- $P(X \geq 80)$
- $P(X \leq 75)$
- $P(85 \leq X \leq 110)$
- $P(|X - 90| \leq 10)$
- O valor de a tal que $P(90 - a \leq X \leq 90 + a) = 0,95$.

5. Faça os seguintes gráficos:

- da função de densidade de uma variável com distribuição de probabilidade da Poisson com parâmetro $\lambda = 5$;
- da densidade de uma variável $X \sim N(90, 100)$;
- sobreponha ao gráfico anterior a densidade de uma variável $Y \sim N(90, 80)$ e outra $Z \sim N(85, 100)$.

6. A distribuição da soma de duas variáveis aleatórias uniformes não é uniforme. Verifique isto gerando dois vetores x e y com distribuição uniforme $[0, 1]$ com 3000 valores cada e fazendo $z = x + y$. Obtenha o histograma para x, y e z. Descreva os comandos que utilizou.

7. A resistência (em toneladas) de vigas de concreto produzidas por uma empresa, comporta-se como abaixo:

	1	2	3	4	5
resistência	2	3	4	5	6
p_i	0,1	0,1	0,4	0,2	0,2

   Gere a resistência de 5000 vigas. Faça o gráfico de barras das resistências e compare com a tabela de probabilidades.

8. Faça os gráfico de 3 dimensões e a curva de nível para a função $Z = x^2 + 4y^2$, com x e y variando entre -5 e 5. Altere alguns dos parâmetros das funções utilizadas para obter uma melhor visualização dos gráficos. Refaça estes gráficos para outra função de sua escolha.