Lista 6 - Gabarito

Prof. Marcos Oliveira Prates
Disciplina: Estatística e Probabilidade

1. **a)**

$$\alpha = P(\text{rejeitar } H_0 |\ H_0 \text{ é verdadeira}) = P(\bar{X} < 11,5 | \mu = 12)$$
$$= P\left(\frac{\bar{x} - 12}{0,5/\sqrt{4}} < \frac{11,5 - 12}{0,5/\sqrt{4}}\right) = 0,0227.$$

b)

$$\beta = P(\text{não rejeitar } H_0 |\ H_0 \text{ é falsa}) = P(\bar{X} > 11,5 | \mu = 11,25)$$
$$= P\left(\frac{\bar{x} - 11,25}{0,5/\sqrt{4}} > \frac{11,5 - 11,25}{0,5/\sqrt{4}}\right) = 0,1586$$

2. Temos que $z_{1-\alpha} = z_{0,99} = 2,32$. Logo a região crítica é dada por

$$z_0 < -2,32$$

A estatística de teste é dada por

$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{11,2 - 12}{0,5/\sqrt{4}} = -3,2\,.$$

Como $-3,2 < -2,32$, rejeitamos H_0. Então com 5% de significância há evidências de que o peso médio do rolo é menor que 12 Kg.

3. Queremos testar

$$H_0 : \mu = 22,5 \quad H_1 : \mu \neq 22,5\,.$$

Temos que a estatística de teste é dada por

$$t_0 = \frac{\bar{x} - 22,5}{s/\sqrt{n}}\,.$$

Como $\alpha = 0,05$ e $t_{0,025;4} = 2,776$ a região crítica é dada por

$$t_0 > 2,776 \quad \text{ou} \quad t_0 < -2,776\,.$$

O valor observado da estatística de teste é

$$t_0 = \frac{22,496 - 22,5}{0,378/\sqrt{5}} = -0,00237\,.$$

Como $-2,776 < -0,00237 < 2,776$ não rejeitamos a hipótese nula. Conclusão: não há evidência suficiente para garantir que a temperatura média é diferente de 22,5.

4. Queremos testar

$$H_0 : \mu = 5 \quad H_1 : \mu \neq 5\,.$$

Temos que a estatística de teste é dada por

$$t_0 = \frac{\bar{x} - 5}{s/\sqrt{n}}\,.$$

Como $\alpha = 0,01$ e $2,617 < t_{0,005;80} < 2,660$, vamos considerar $t_{0,005;80} = 2,617$ a região crítica é dada por

$$t_0 > 2,617 \quad \text{ou} \quad t_0 < -2,617\,.$$

O valor observado da estatística de teste é

$$t_0 = \frac{5,25 - 5}{2,50/\sqrt{81}} = 0,9\,.$$

Como $-2,617 < 0,9 < 2,617$ não rejeitamos a hipótese nula. Conclusão: não há evidência suficiente para garantir que o tempo médio é diferente de 5s.

Temos que o intervalo de confiança é dado por

$$\bar{x} - t_{\alpha/2;n-1}s/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2;n-1}s/\sqrt{n}$$

$$4.52 \leq \mu \leq 5.98$$

Conclusão: como 5 s perntence ao intervalo de confiança, não há evidência suficiente para garantir que o tempo médio é diferente de 5s. A conclusão é a mesma usando o teste diretamente.

5. O parâmetro de interesse é a proporção p de habitantes que opinam favoravelmente. Devemos então realizar um teste unilateral

$$H_0 : p = 0,6 \quad H_1 : p > 0,6\,.$$

a)

$$\alpha = P(\text{rejeitar } H_0 |\ H_0 \text{ é verdadeira}) = P(X > 315 | p = 0,60)$$

$$= P\left(\frac{X - 0,6(500)}{\sqrt{500(0,6)(1-0,6)}} > \frac{315 - 0,6(500)}{\sqrt{500(0,6)(1-0,6)}}\right) = 0,0854.$$

b)

$$\beta = P(\text{não rejeitar } H_0 |\ H_0 \text{ é falsa}) = P(X < 315 | p = 0,65)$$

$$= P\left(\frac{X - 0,65(500)}{\sqrt{500(0,65)(1-0,65)}} < \frac{315 - 0,65(500)}{\sqrt{500(0,65)(1-0,65)}}\right) = 0,17422$$