

# Mineração de Dados

## Aula 4: Introdução a métodos não paramétricos

Rafael Izbicki

# Aula passada

Em muitos problemas reais temos várias covariáveis.

Um modelo de regressão linear simples que usa **todas** elas pode ter **performance preditiva muito ruim**, pois com ele é necessário **estimar muitos coeficientes**, além de que muitas vezes certas covariáveis **influenciam muito pouco** na variável resposta.

Devemos então selecionar **qual o melhor subconjunto** de covariáveis para ser utilizado.

Como visto nas aulas anteriores, podemos, para cada modelo, estimar o risco  $R(g)$ , e buscar aquele com menor risco.

Quando há muitas covariáveis, esse procedimento leva **tempo demais**.

## Aula passada

Em muitos problemas reais temos várias covariáveis.

Um modelo de regressão linear simples que usa **todas** elas pode ter **performance preditiva muito ruim**, pois com ele é necessário **estimar muitos coeficientes**, além de que muitas vezes certas covariáveis **influenciam muito pouco** na variável resposta.

Devemos então selecionar **qual o melhor subconjunto** de covariáveis para ser utilizado.

Como visto nas aulas anteriores, podemos, para cada modelo, estimar o risco  $R(g)$ , e buscar aquele com menor risco.

Quando há muitas covariáveis, esse procedimento leva **tempo demais**.

# Aula passada

Em muitos problemas reais temos várias covariáveis.

Um modelo de regressão linear simples que usa **todas** elas pode ter **performance preditiva muito ruim**, pois com ele é necessário **estimar muitos coeficientes**, além de que muitas vezes certas covariáveis **influenciam muito pouco** na variável resposta.

Devemos então selecionar **qual o melhor subconjunto** de covariáveis para ser utilizado.

Como visto nas aulas anteriores, podemos, para cada modelo, estimar o risco  $R(g)$ , e buscar aquele com menor risco.

Quando há muitas covariáveis, esse procedimento leva **tempo demais**.

# Aula passada

Em muitos problemas reais temos várias covariáveis.

Um modelo de regressão linear simples que usa **todas** elas pode ter **performance preditiva muito ruim**, pois com ele é necessário **estimar muitos coeficientes**, além de que muitas vezes certas covariáveis **influenciam muito pouco** na variável resposta.

Devemos então selecionar **qual o melhor subconjunto** de covariáveis para ser utilizado.

Como visto nas aulas anteriores, podemos, para cada modelo, estimar o risco  $R(g)$ , e buscar aquele com menor risco.

Quando há muitas covariáveis, esse procedimento leva **tempo demais**.

# Aula passada

Em muitos problemas reais temos várias covariáveis.

Um modelo de regressão linear simples que usa **todas** elas pode ter **performance preditiva muito ruim**, pois com ele é necessário **estimar muitos coeficientes**, além de que muitas vezes certas covariáveis **influenciam muito pouco** na variável resposta.

Devemos então selecionar **qual o melhor subconjunto** de covariáveis para ser utilizado.

Como visto nas aulas anteriores, podemos, para cada modelo, estimar o risco  $R(g)$ , e buscar aquele com menor risco.

Quando há muitas covariáveis, esse procedimento leva **tempo demais**.

# Resumindo

Vimos duas alternativas para contornar esse problema.

**Método 1:** Usamos uma heurística para buscar o melhor modelo. Aqui, estudamos o **forward stepwise**, no qual começamos avaliando o risco do modelo que só tem intercepto, e então passamos a tentar inserir apenas uma covariável por vez. Buscamos sempre a variável que minimiza o risco estimado.

# Resumindo

Vimos duas alternativas para contornar esse problema.

**Método 1:** Usamos uma heurística para buscar o melhor modelo. Aqui, estudamos o **forward stepwise**, no qual começamos avaliando o risco do modelo que só tem intercepto, e então passamos a tentar inserir apenas uma covariável por vez. Buscamos sempre a variável que minimiza o risco estimado.



## Resumindo

**Método 2:** Mudamos a penalização usada. Aqui vimos o **lasso**, que ao invés de buscar

$$\arg \min_{\beta, S} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_1 - \dots - \beta_p x_p)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p \mathbb{I}(\beta_j \neq 0),$$

buscamos por

$$\arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_1 - \dots - \beta_p x_p)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j|$$

Balço entre EQM baixo e coeficientes pequenos.

$\lambda$  em geral é escolhido por validação cruzada.

## Resumindo

**Método 2:** Mudamos a penalização usada. Aqui vimos o **lasso**, que ao invés de buscar

$$\arg \min_{\beta, S} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_1 - \dots - \beta_p x_p)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p \mathbb{I}(\beta_j \neq 0),$$

buscamos por

$$\arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_1 - \dots - \beta_p x_p)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j|$$

Balço entre EQM baixo e coeficientes pequenos.

$\lambda$  em geral é escolhido por validação cruzada.

## Resumindo

**Método 2:** Mudamos a penalização usada. Aqui vimos o **lasso**, que ao invés de buscar

$$\arg \min_{\beta, S} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_1 - \dots - \beta_p x_p)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p \mathbb{I}(\beta_j \neq 0),$$

buscamos por

$$\arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_1 - \dots - \beta_p x_p)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j|$$

Balço entre EQM baixo e coeficientes pequenos.

$\lambda$  em geral é escolhido por validação cruzada.

- ▶ É extremamente rápido achar  $\hat{\beta}$  para todos os  $\lambda$  simultaneamente (algoritmo lars)
- ▶ A solução induzida por ele possui muitos zeros (i.e., o vetor  $\hat{\beta}$  é **esparço**). Assim, o modelo resultante é de fácil interpretação.

# O balanço viés-variância

$$\mathbb{E} [(Y - \hat{g}(\mathbf{X}))^2 | \mathbf{X} = \mathbf{x}]$$

- ▶  $\mathbb{V}[Y | \mathbf{X} = \mathbf{x}]$  é a variância intrínseca da variável resposta, que não depende da função  $\hat{g}$ , assim não pode ser reduzida.
- ▶  $(r(\mathbf{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\mathbf{x})])^2$  é o viés do estimador  $\hat{g}$
- ▶  $\mathbb{V}[\hat{g}(\mathbf{x})]$  é sua variância

## O balanço viés-variância

$$\mathbb{E} [(Y - \hat{g}(\mathbf{X}))^2 | \mathbf{X} = \mathbf{x}] = \mathbb{V}[Y | \mathbf{X} = \mathbf{x}] + (r(\mathbf{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\mathbf{x})])^2 + \mathbb{V}[\hat{g}(\mathbf{x})]$$

- ▶  $\mathbb{V}[Y | \mathbf{X} = \mathbf{x}]$  é a variância intrínseca da variável resposta, que não depende da função  $\hat{g}$ , assim não pode ser reduzida.
- ▶  $(r(\mathbf{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\mathbf{x})])^2$  é o viés do estimador  $\hat{g}$
- ▶  $\mathbb{V}[\hat{g}(\mathbf{x})]$  é sua variância

## O balanço viés-variância

$$\mathbb{E} [(Y - \hat{g}(\mathbf{X}))^2 | \mathbf{X} = \mathbf{x}] = \mathbb{V}[Y | \mathbf{X} = \mathbf{x}] + (r(\mathbf{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\mathbf{x})])^2 + \mathbb{V}[\hat{g}(\mathbf{x})]$$

- ▶  $\mathbb{V}[Y | \mathbf{X} = \mathbf{x}]$  é a variância intrínseca da variável resposta, que não depende da função  $\hat{g}$ , assim não pode ser reduzida.
- ▶  $(r(\mathbf{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\mathbf{x})])^2$  é o viés do estimador  $\hat{g}$
- ▶  $\mathbb{V}[\hat{g}(\mathbf{x})]$  é sua variância

## O balanço viés-variância

$$\mathbb{E} [(Y - \hat{g}(\mathbf{X}))^2 | \mathbf{X} = \mathbf{x}] = \mathbb{V}[Y | \mathbf{X} = \mathbf{x}] + (r(\mathbf{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\mathbf{x})])^2 + \mathbb{V}[\hat{g}(\mathbf{x})]$$

- ▶  $\mathbb{V}[Y | \mathbf{X} = \mathbf{x}]$  é a variância intrínseca da variável resposta, que não depende da função  $\hat{g}$ , assim não pode ser reduzida.
- ▶  $(r(\mathbf{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\mathbf{x})])^2$  é o viés do estimador  $\hat{g}$
- ▶  $\mathbb{V}[\hat{g}(\mathbf{x})]$  é sua variância



## O balanço viés-variância

$$\mathbb{E} [(Y - \hat{g}(\mathbf{X}))^2 | \mathbf{X} = \mathbf{x}] = \mathbb{V}[Y | \mathbf{X} = \mathbf{x}] + (r(\mathbf{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\mathbf{x})])^2 + \mathbb{V}[\hat{g}(\mathbf{x})]$$

- ▶  $\mathbb{V}[Y | \mathbf{X} = \mathbf{x}]$  é a variância intrínseca da variável resposta, que não depende da função  $\hat{g}$ , assim não pode ser reduzida.
- ▶  $(r(\mathbf{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\mathbf{x})])^2$  é o viés do estimador  $\hat{g}$
- ▶  $\mathbb{V}[\hat{g}(\mathbf{x})]$  é sua variância

**Nesta aula:** Introdução a métodos não paramétricos

Até agora, nos restringimos a métodos *paramétricos* para estimar  $r(x)$ .

Em outras palavras, nossos estimadores sempre possuíam um número *finito* de parâmetros a serem estimados

Ex:

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x$$

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$$

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_1 x_2$$

Métodos paramétricos muitas vezes são muito *restritivos* e *simplistas* para criar boas funções de predição.

Ex: a relação entre duas variáveis não é bem descrita por uma relação linear

Até agora, nos restringimos a métodos *paramétricos* para estimar  $r(x)$ .

Em outras palavras, nossos estimadores sempre possuíam um número **finito** de parâmetros a serem estimados

Ex:

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x$$

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$$

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_1 x_2$$

Métodos paramétricos muitas vezes são muito **restritivos** e **simplistas** para criar boas funções de predição.

Ex: a relação entre duas variáveis não é bem descrita por uma relação linear

Até agora, nos restringimos a métodos *paramétricos* para estimar  $r(x)$ .

Em outras palavras, nossos estimadores sempre possuíam um número **finito** de parâmetros a serem estimados

Ex:

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x$$

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$$

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_1 x_2$$

Métodos paramétricos muitas vezes são muito **restritivos** e **simplistas** para criar boas funções de predição.

Ex: a relação entre duas variáveis não é bem descrita por uma relação linear

Até agora, nos restringimos a métodos *paramétricos* para estimar  $r(x)$ .

Em outras palavras, nossos estimadores sempre possuem um número **finito** de parâmetros a serem estimados

Ex:

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x$$

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$$

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_1 x_2$$

Métodos paramétricos muitas vezes são muito **restritivos** e **simplistas** para criar boas funções de predição.

Ex: a relação entre duas variáveis não é bem descrita por uma relação linear

Até agora, nos restringimos a métodos *paramétricos* para estimar  $r(x)$ .

Em outras palavras, nossos estimadores sempre possuem um número **finito** de parâmetros a serem estimados

Ex:

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x$$

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$$

$$r(x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_1 x_2$$

Métodos paramétricos muitas vezes são muito **restritivos** e **simplistas** para criar boas funções de predição.

Ex: a relação entre duas variáveis não é bem descrita por uma relação linear

# $k$ Vizinhos Mais Próximos (KNN)



# Método dos $k$ Vizinhos Mais Próximos

Benedetti, 1977 e Stone, 1977; muito popular em aprendizado de máquina: KNN

Motivação muito diferente: médias locais

# Método dos $k$ Vizinhos Mais Próximos

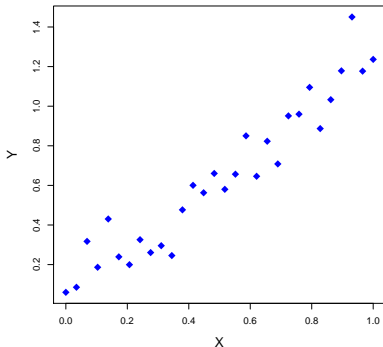
Benedetti, 1977 e Stone, 1977; muito popular em aprendizado de máquina: KNN

Motivação muito diferente: médias locais

# Método dos $k$ Vizinhos Mais Próximos

Benedetti, 1977 e Stone, 1977; muito popular em aprendizado de máquina: KNN

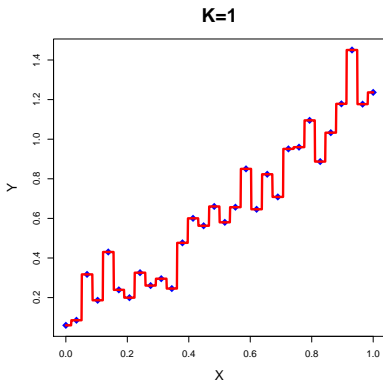
Motivação muito diferente: médias locais



# Método dos $k$ Vizinhos Mais Próximos

Benedetti, 1977 e Stone, 1977; muito popular em aprendizado de máquina: KNN

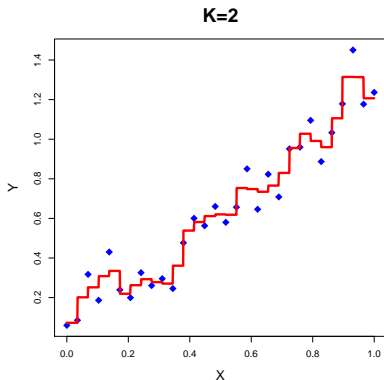
Motivação muito diferente: médias locais



# Método dos $k$ Vizinhos Mais Próximos

Benedetti, 1977 e Stone, 1977; muito popular em aprendizado de máquina: KNN

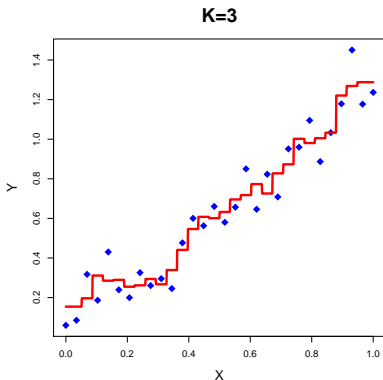
Motivação muito diferente: médias locais



# Método dos $k$ Vizinhos Mais Próximos

Benedetti, 1977 e Stone, 1977; muito popular em aprendizado de máquina: KNN

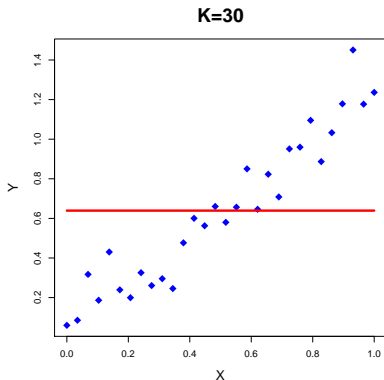
Motivação muito diferente: médias locais



# Método dos $k$ Vizinhos Mais Próximos

Benedetti, 1977 e Stone, 1977; muito popular em aprendizado de máquina: **KNN**

Motivação muito diferente: **médias locais**



Formalmente:

$$\hat{r}(\mathbf{x}) = \frac{1}{K} \sum_{\mathbf{x}_i \in \mathcal{N}_x} y_i,$$

onde  $\mathcal{N}_x$  é o conjunto das  $k$  observações mais próximas de  $\mathbf{x}$ , i.e.,

$$\mathcal{N}_x = \left\{ i \in \{1, \dots, n\} : d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) \leq d_x^k \right\}$$

$d_x^k$ : distância do  $k$ -ésimo vizinho mais próximo de  $\mathbf{x}$  a  $\mathbf{x}$ .

Usualmente utilizamos a distância Euclidiana.



Formalmente:

$$\hat{r}(\mathbf{x}) = \frac{1}{K} \sum_{\mathbf{x}_i \in \mathcal{N}_x} y_i,$$

onde  $\mathcal{N}_x$  é o conjunto das  $k$  observações mais próximas de  $\mathbf{x}$ , i.e.,

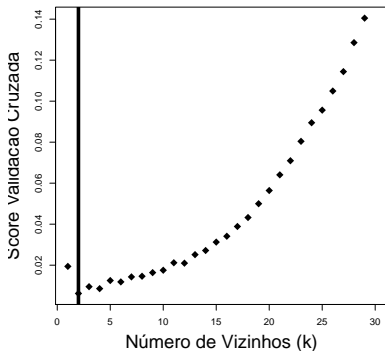
$$\mathcal{N}_x = \left\{ i \in \{1, \dots, n\} : d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) \leq d_x^k \right\}$$

$d_x^k$ : distância do  $k$ -ésimo vizinho mais próximo de  $\mathbf{x}$  a  $\mathbf{x}$ .

Usualmente utilizamos a distância Euclidiana.

Como escolher  $k$ ? Validação cruzada!

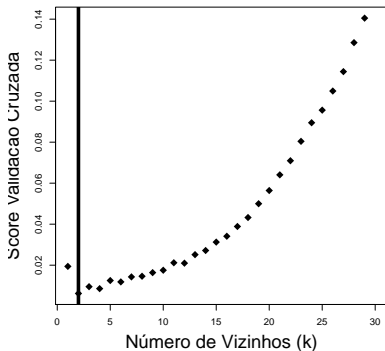
Qual se papel no balanço viés-variância?



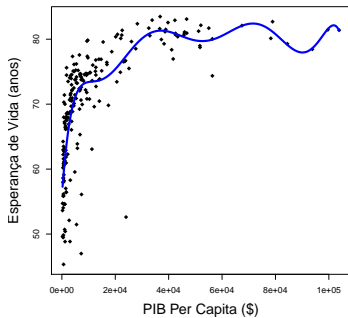
$k=2$

Como escolher  $k$ ? Validação cruzada!

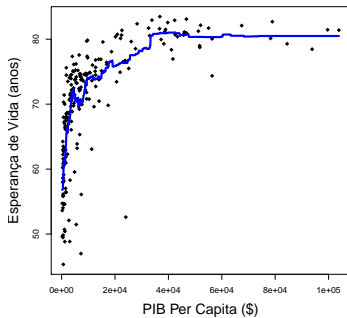
Qual se papel no balanço viés-variância?



$k=2$



(a) Séries

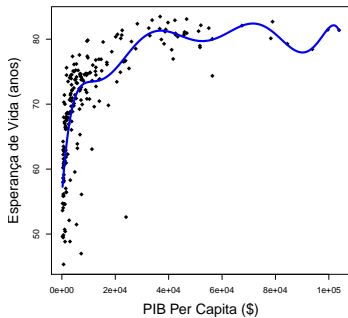


(b) KNN

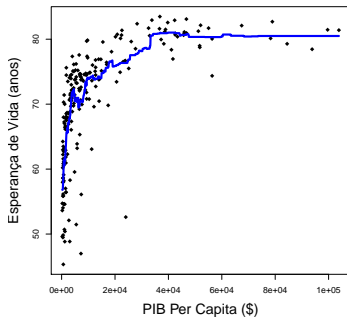
Riscos estimados: 31.15 e 31.45

KNN é simples e frequentemente funciona muito bem.

Contudo, é necessário guardar todas as observações para se fazer previsões



(c) Séries

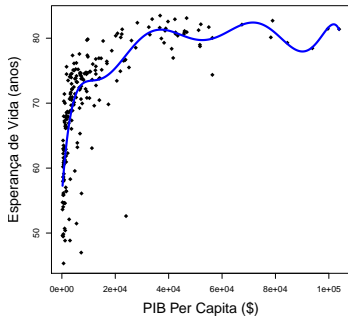


(d) KNN

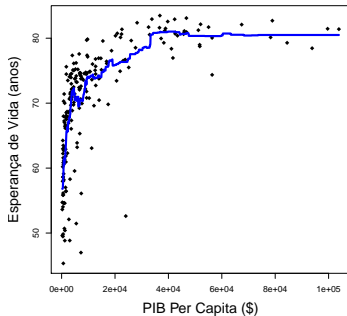
Riscos estimados: 31.15 e 31.45

KNN é simples e frequentemente funciona muito bem.

Contudo, é necessário guardar todas as observações para se fazer previsões



(e) Séries

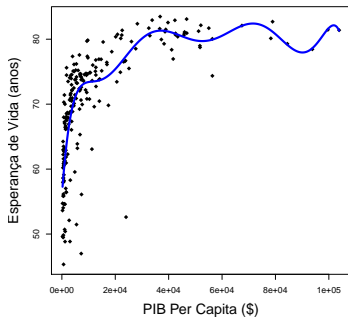


(f) KNN

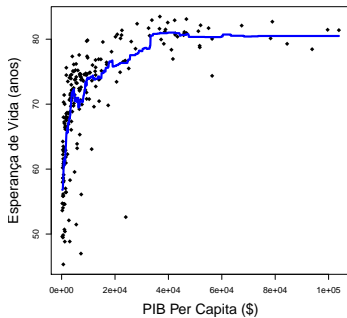
Riscos estimados: 31.15 e 31.45

KNN é simples e frequentemente funciona muito bem.

Contudo, é necessário guardar todas as observações para se fazer previsões



(g) Séries



(h) KNN

Riscos estimados: 31.15 e 31.45

KNN é simples e frequentemente funciona muito bem.

Contudo, é necessário guardar todas as observações para se fazer previsões

# Nadaraya-Watson



# Nadaraya-Watson

Nadaraya (1964) e Watson (1964). Variação do KNN.

Ideia: atribuir um peso a cada observação

# Nadaraya-Watson

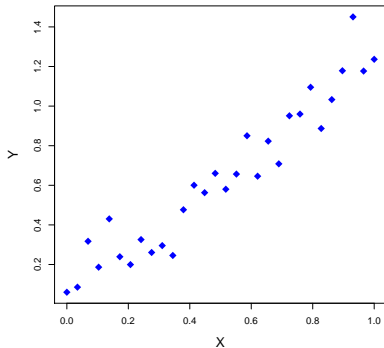
Nadaraya (1964) e Watson (1964). Variação do KNN.

Ideia: atribuir um peso a cada observação

# Nadaraya-Watson

Nadaraya (1964) e Watson (1964). Variação do KNN.

Ideia: atribuir um peso a cada observação



# Nadaraya-Watson

Formalmente:

$$\hat{r}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n w_i(\mathbf{x}) y_i,$$

$$w_i(\mathbf{x}) = \frac{K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)}{\sum_{j=1}^n K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j)},$$

onde  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$  é um **kernel** usado para medir a **similaridade** entre as observações.

- ▶  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \mathbb{I}(d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \leq h)$  (kernel uniforme)
- ▶  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = (\sqrt{2\pi h^2})^{-1} \exp\left\{-\frac{d^2(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)}{2h^2}\right\}$  (kernel Gaussiano)

# Nadaraya-Watson

Formalmente:

$$\hat{r}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n w_i(\mathbf{x}) y_i,$$

$$w_i(\mathbf{x}) = \frac{K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)}{\sum_{j=1}^n K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j)},$$

onde  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$  é um **kernel** usado para medir a **similaridade** entre as observações.

- ▶  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \mathbb{I}(d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \leq h)$  (kernel uniforme)
- ▶  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = (\sqrt{2\pi h^2})^{-1} \exp\left\{-\frac{d^2(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)}{2h^2}\right\}$  (kernel Gaussiano)

# Nadaraya-Watson

Formalmente:

$$\hat{r}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n w_i(\mathbf{x}) y_i,$$
$$w_i(\mathbf{x}) = \frac{K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)}{\sum_{j=1}^n K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j)},$$

onde  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$  é um **kernel** usado para medir a **similaridade** entre as observações.

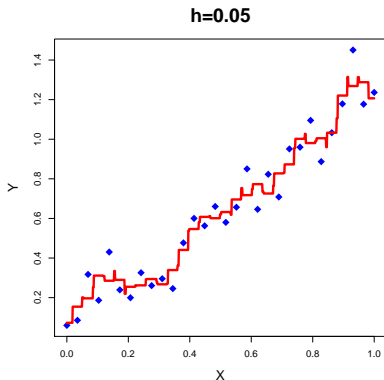
- ▶  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \mathbb{I}(d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \leq h)$  (kernel uniforme)
- ▶  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = (\sqrt{2\pi h^2})^{-1} \exp\left\{-\frac{d^2(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)}{2h^2}\right\}$  (kernel Gaussiano)

# Nadaraya-Watson

Kernel Uniforme:  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \mathbb{I}(d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \leq h)$

# Nadaraya-Watson

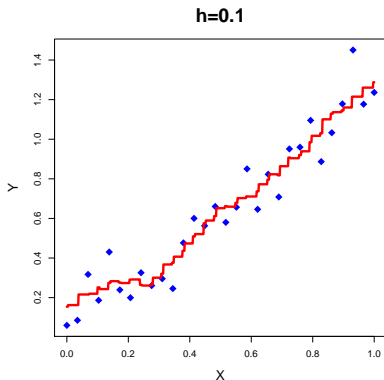
Kernel Uniforme:  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \mathbb{I}(d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \leq h)$





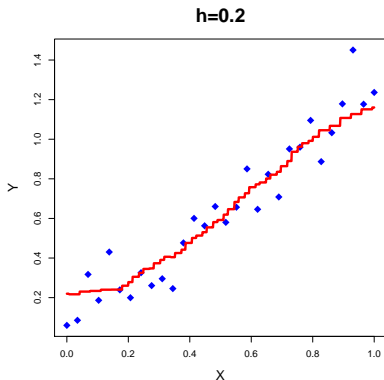
# Nadaraya-Watson

Kernel Uniforme:  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \mathbb{I}(d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \leq h)$



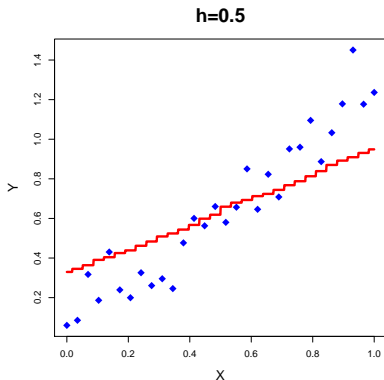
# Nadaraya-Watson

Kernel Uniforme:  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \mathbb{I}(d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \leq h)$



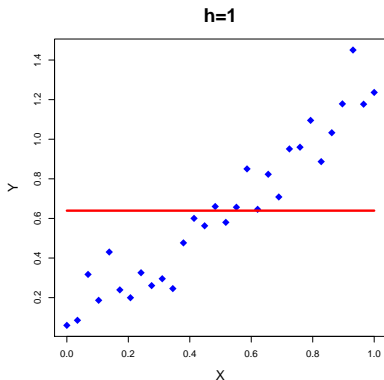
# Nadaraya-Watson

Kernel Uniforme:  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \mathbb{I}(d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \leq h)$



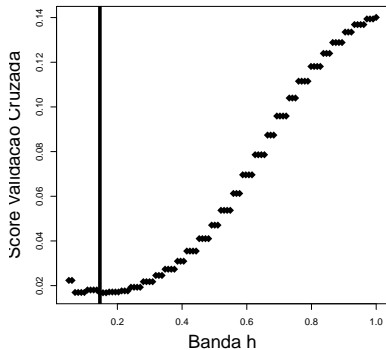
# Nadaraya-Watson

Kernel Uniforme:  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \mathbb{I}(d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \leq h)$



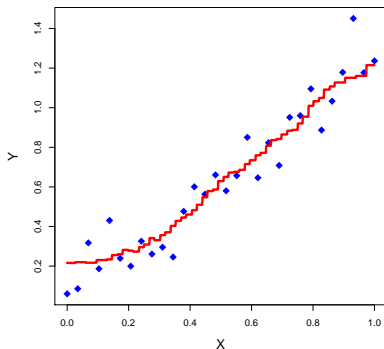
# Nadaraya-Watson

$h$ : banda; balanço viés-variância



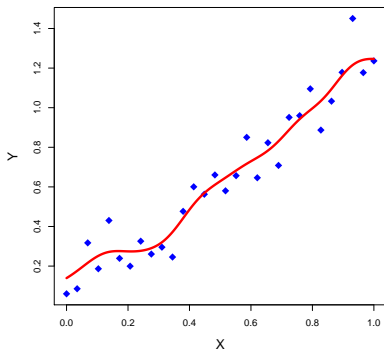
# Nadaraya-Watson

$h=0.15$



(a) Kernel uniforme

$h=0.15$



(b) Kernel Gaussiano

Tipicamente o kernel não influencia muito

# Regressão polinomial

Conhecido de vocês.

$$r(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i x^i$$

Número infinito de parâmetros  $\Rightarrow$  é um método não paramétrico.

Na prática temos que usar  $r(x) = \sum_{i=0}^I \beta_i x^i$

Escolhemos  $I$  por validação cruzada.



Conhecido de vocês.

$$r(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i x^i$$

Número infinito de parâmetros  $\Rightarrow$  é um método não paramétrico.

Na prática temos que usar  $r(x) = \sum_{i=0}^l \beta_i x^i$

Escolhemos  $l$  por validação cruzada.

Conhecido de vocês.

$$r(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i x^i$$

Número infinito de parâmetros  $\Rightarrow$  é um método **não paramétrico**.

Na prática temos que usar  $r(x) = \sum_{i=0}^l \beta_i x^i$

Escolhemos  $l$  por validação cruzada.

Conhecido de vocês.

$$r(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i x^i$$

Número infinito de parâmetros  $\Rightarrow$  é um método **não paramétrico**.

Na prática temos que usar  $r(x) = \sum_{i=0}^I \beta_i x^i$

Escolhemos  $I$  por validação cruzada.

Conhecido de vocês.

$$r(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i x^i$$

Número infinito de parâmetros  $\Rightarrow$  é um método não paramétrico.

Na prática temos que usar  $r(x) = \sum_{i=0}^I \beta_i x^i$

Escolhemos  $I$  por validação cruzada.

# Importante

Notação: quantidades como  $l$  (regressão polinomial),  $k$  (nearest neighbors),  $h$  (Nadaraya-Watson),  $\lambda$  (lasso) são chamados de **tuning parameters**.

Em geral, eles controlam o tradeoff entre viés e variância.

Ex:

$l$  grande: viés baixo, variância alta;  $l$  pequeno: viés grande, variância pequena

$\lambda$  pequeno: viés baixo, variância alta;  $\lambda$  grande: viés grande, variância pequena

# Importante

Notação: quantidades como  $l$  (regressão polinomial),  $k$  (nearest neighbors),  $h$  (Nadaraya-Watson),  $\lambda$  (lasso) são chamados de **tuning parameters**.

Em geral, eles controlam o tradeoff entre viés e variância.

Ex:

$l$  grande: viés baixo, variância alta;  $l$  pequeno: viés grande, variância pequena

$\lambda$  pequeno: viés baixo, variância alta;  $\lambda$  grande: viés grande, variância pequena

# Importante

Notação: quantidades como  $l$  (regressão polinomial),  $k$  (nearest neighbors),  $h$  (Nadaraya-Watson),  $\lambda$  (lasso) são chamados de **tuning parameters**.

Em geral, eles controlam o tradeoff entre viés e variância.

Ex:

$l$  grande: viés baixo, variância alta;  $l$  pequeno: viés grande, variância pequena

$\lambda$  pequeno: viés baixo, variância alta;  $\lambda$  grande: viés grande, variância pequena

# Importante

Notação: quantidades como  $l$  (regressão polinomial),  $k$  (nearest neighbors),  $h$  (Nadaraya-Watson),  $\lambda$  (lasso) são chamados de **tuning parameters**.

Em geral, eles controlam o tradeoff entre viés e variância.

Ex:

$l$  grande: viés baixo, variância alta;  $l$  pequeno: viés grande, variância pequena

$\lambda$  pequeno: viés baixo, variância alta;  $\lambda$  grande: viés grande, variância pequena



# Importante

Notação: quantidades como  $l$  (regressão polinomial),  $k$  (nearest neighbors),  $h$  (Nadaraya-Watson),  $\lambda$  (lasso) são chamados de **tuning parameters**.

Em geral, eles controlam o tradeoff entre viés e variância.

Ex:

$l$  grande: viés baixo, variância alta;  $l$  pequeno: viés grande, variância pequena

$\lambda$  pequeno: viés baixo, variância alta;  $\lambda$  grande: viés grande, variância pequena

# No R

K-NN: função `knn.reg` no pacote `FNN`

Alternativa: implemente seu método! Dicas:

Use `rdist` do pacote `fields` para calcular distâncias (muito mais rápido);

Use `sort(..., index.return=TRUE)$ix[1:k]` para buscar os  $k$  vizinhos mais próximo

Se seu banco de dados for muito grande, considere usar *k-d trees* (uma forma mais rápida de se calcular os vizinhos mais próximos)

Regressão polinomial: Vocês já são experts :)

# No R

K-NN: função `knn.reg` no pacote `FNN`

Alternativa: implemente seu método! Dicas:

Use `rdist` do pacote `fields` para calcular distâncias (muito mais rápido);

Use `sort(..., index.return=TRUE)$ix[1:k]` para buscar os  $k$  vizinhos mais próximo

Se seu banco de dados for muito grande, considere usar *k-d trees* (uma forma mais rápida de se calcular os vizinhos mais próximos)

Regressão polinomial: Vocês já são experts :)

# No R

K-NN: função `knn.reg` no pacote `FNN`

Alternativa: implemente seu método! Dicas:

Use `rdist` do pacote `fields` para calcular distâncias (muito mais rápido);

Use `sort(..., index.return=TRUE)$ix[1:k]` para buscar os  $k$  vizinhos mais próximo

Se seu banco de dados for muito grande, considere usar *k-d trees* (uma forma mais rápida de se calcular os vizinhos mais próximos)

Regressão polinomial: Vocês já são experts :)

# No R

K-NN: função `knn.reg` no pacote `FNN`

Alternativa: implemente seu método! Dicas:

Use `rdist` do pacote `fields` para calcular distâncias (muito mais rápido);

Use `sort(..., index.return=TRUE)$ix[1:k]` para buscar os  $k$  vizinhos mais próximo

Se seu banco de dados for muito grande, considere usar *k-d trees* (uma forma mais rápida de se calcular os vizinhos mais próximos)

Regressão polinomial: Vocês já são experts :)

# No R

K-NN: função `knn.reg` no pacote `FNN`

Alternativa: implemente seu método! Dicas:

Use `rdist` do pacote `fields` para calcular distâncias (muito mais rápido);

Use `sort(..., index.return=TRUE)$ix[1:k]` para buscar os  $k$  vizinhos mais próximo

Se seu banco de dados for muito grande, considere usar *k-d trees* (uma forma mais rápida de se calcular os vizinhos mais próximos)

Regressão polinomial: Vocês já são experts :)

# No R

K-NN: função `knn.reg` no pacote `FNN`

Alternativa: implemente seu método! Dicas:

Use `rdist` do pacote `fields` para calcular distâncias (muito mais rápido);

Use `sort(..., index.return=TRUE)$ix[1:k]` para buscar os  $k$  vizinhos mais próximo

Se seu banco de dados for muito grande, considere usar *k-d trees* (uma forma mais rápida de se calcular os vizinhos mais próximos)

Regressão polinomial: Vocês já são experts :)

## **Resumo da Aula:**

**Próxima Aula:** Manipulando Documentos de Imagem e Texto



**Resumo da Aula:**

**Próxima Aula:** Manipulando Documentos de Imagem e Texto