

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ATUARIAIS

Vinicius Flausino Martins

Previsão de uma carteira teórica de ativos financeiros utilizando o Índice de Sharpe

Belo Horizonte, MG

2020

Vinicius Flausino Martins

Previsão de uma carteira teórica de ativos financeiros utilizando o Índice de Sharpe

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Ciências Atuariais do Departamento de Estatística do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do Título de Bacharel em Ciências Atuariais.

Orientador: Prof. Thiago Rezende dos Santos

Belo Horizonte, MG

2020

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, que fez com que meus objetivos fossem alcançados de acordo com a sua vontade, em todos os meus anos de estudos.

Agradeço à minha família, em especial aos meus pais Carlos e Cristina, pelo apoio e incentivo incondicional durante todos os dias da minha vida.

À Kelly, por ser um exemplo de determinação e força de vontade, as madrugadas que passamos acordados juntos foram de grande valia para a conclusão deste trabalho.

Agradeço ao meu orientador Thiago Rezende, que teve muita paciência comigo e soube me guiar e fazer encontrar meu caminho.

Agradeço ainda a todos os professores, colegas de curso que contribuíram, de alguma forma, para que meu caminho fosse trilhado até este ponto.

RESUMO

Este trabalho destina-se à aplicação de ferramentas econométricas em uma série de retornos, mais especificamente os retornos de um portfólio gerado a partir do modelo de Graham ajustado ao mercado brasileiro. Deste modo, este trabalho tem o objetivo de ajustar um modelo ARMA-GARCH à série de retornos do portfólio teórico e realizar previsões para os retornos médios e volatilidade(risco). Com estes resultados foi obtido o índice de Sharpe projetado. Os principais resultados encontrados indicam índice de Sharpe baixo, com isso tem-se que é possível montar um portfólio majoritariamente exposto a renda variável com uma relação risco retorno saudável e segura.

Palavras-chave: *Graham, Portfolio, ARMA-GARCH, Sharpe, Risco.*

ABSTRACT

This work aims to apply econometric tools in a series of returns, more specifically the returns of a portfolio generated from the Graham model adjusted to the Brazilian market. Therefore, this work aims to adjust an ARMA-GARCH model to the series of returns in the theoretical portfolio and to make forecasts for average returns and volatility (risk). With these results, the projected Sharpe index was obtained. The main results found indicate a low Sharpe index, with the result that it is possible to build a portfolio mostly exposed to variable income with a healthy and safe risk-return ratio.

Palavras-chave: *Graham, Portfolio, ARMA-GARCH, Sharpe, Risk.*

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – Distribuição dos Ativos Seleccionados.....	21
FIGURA 2 – Retornos da Carteira Teórica entre 01/01/2017 e 31/12/2019.....	22
FIGURA 3 – Preço da Carteira Teórica entre 01/01/2017 e 31/12/2019.....	23
FIGURA 4 – Excesso de Retornos da Carteira Teórica entre 01/01/2017 e 31/12/2019...24	
FIGURA 5 – FAC Excessos Retornos.....	25
FIGURA 6 – FACP Excessos Retornos.....	25
FIGURA 7 – Excesso de Retornos, Sigma e Sharpe da carteira teórica no período.....	27
FIGURA 8 – Previsão do Índice de Sharpe 1 passo à frente.....	30
FIGURA 9 – Previsão do Índice de Sharpe 7 passos à frente.....	31
FIGURA 10 – Previsão do Índice de Sharpe 7 passos à frente.....	33
FIGURA 11 – Excesso de Retornos, Sigma e Sharpe Mensais	34
FIGURA 12 – Previsão do Índice de Sharpe Mensal 1 passo à frente.....	36

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Percentual da Carteira Teórica por Setor.....	22
TABELA 2 – Ajuste do modelo GARCH (1,1) aos resíduos do ARMA (1,1).....	26
TABELA 3 – Testes estatísticos de Ljung-Box para os resíduos ao quadrado do modelo GARCH (1,1) ajustado.....	27
TABELA 4 – Previsão do Índice de Sharpe 1 passo à frente.....	29
TABELA 5 – Previsão do Índice de Sharpe 7 passos à frente.....	30
TABELA 6 – Previsão do Índice de Sharpe 15 passos à frente.....	32
TABELA 7 – Previsão do Índice de Sharpe Mensal 1 passo à frente.....	35

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
2. MATERIAIS	11
2.1. DADOS	11
2.2. MONTAGEM DA CARTEIRA	11
3. METODOLOGIA.....	15
3.1. RETORNOS.....	15
3.2. MODELOS ARMA	16
3.3. MODELOS GARCH.....	17
3.4. MODELO ARMA-GARCH	18
3.5. ÍNDICE DE SHARPE.....	18
4. ANÁLISE DE RESULTADOS	21
4.1. SELEÇÃO DOS ATIVOS.....	21
4.2. ANÁLISE DOS RETORNOS E VOLATILIDADE	22
4.3. AJUSTES DO MODELO ARMA AOS EXCESSOS DE RETORNOS	24
4.4. AJUSTES DO MODELO GARCH AOS RESÍDUOS DO MODELO ARMA (1,1).....	25
4.5. ÍNDICE DE SHARPE AMOSTRAL.....	27
4.6. ESTIMAÇÃO DO ÍNDICE DE SHARPE	28
4.7. ESTIMAÇÃO DO ÍNDICE DE SHARPE MENSAL	33
5. CONCLUSÃO.....	37
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	39

1. INTRODUÇÃO

Um investimento pode ser caracterizado como um compromisso de dinheiro do qual se espera que gere mais dinheiro e, por requerer um determinado sacrifício no presente para um benefício incerto no futuro, ele possui certo grau de risco (FRANCIS; ARCHER, 1991). Todo investimento tem um nível de risco e retorno (rentabilidade), estes se alteram conforme o ativo financeiro escolhido.

Uma ação é um ativo financeiro representa uma fração de uma empresa, pode-se dizer que ao comprar uma ação o indivíduo se torna sócio desta companhia. As ações são negociadas na Bolsa de Valores, esta serve como um ponto de encontro online entre investidores que querem vender e investidores que querem comprar estas parcelas de empresas.

De maneira geral, os ativos financeiros são classificados em três tipos, renda fixa, renda variável e derivativos. A tabela abaixo foi retirada do livro Mercado de Valores Mobiliários Brasileiro e ajuda a ilustrar as classes de ativos financeiros comercializados no Brasil.

Renda Fixa	Renda Variável	Derivativos
<ul style="list-style-type: none">• Crédito Público<ul style="list-style-type: none">- Títulos Públicos e Tesouro Direto• Crédito Privado<ul style="list-style-type: none">- Debêntures- Nota Comercial- CDB e RDB- CRI e CRA- LCI e LCA- LF- US Treasury Note• Fundos<ul style="list-style-type: none">- ETF Renda Fixa- FIDC	<ul style="list-style-type: none">• Mercado de Ações<ul style="list-style-type: none">- Ações- BDR's• Fundos Listados<ul style="list-style-type: none">- ETF- FIP- FII- FIA	<ul style="list-style-type: none">• Futuros<ul style="list-style-type: none">- Ações- Taxas de juros e moedas- Índice Bovespa- <i>Commodities</i>• Termo e Swap<ul style="list-style-type: none">- Ações- Taxas de juros e moedas- Mercadorias• Opções<ul style="list-style-type: none">- Ações- Taxas de juros e moedas- <i>Commodities</i>

Fonte: Mercado de Valores Mobiliários Brasileiro (2019)

Diante do cenário de queda da taxa de básica de juros (SELIC) o retorno real dos investimentos financeiros (acima da inflação) tem ficado próximo de zero, com isso os investidores têm procurado cada vez mais o mercado de renda variável.

Estudar o comportamento de risco e retorno de ativos/portfólios é muito importante. Decidir/escolher a ativos financeiros levando em conta rentabilidade e risco não é uma

tarefa trivial. Uma possível abordagem é usar o método da fronteira eficiente que consiste em construir um gráfico com a rentabilidade (retorno) versus risco (volatilidade). Uma outra abordagem é usar a medida de risco índice de Sharpe que sintetiza rentabilidade/portfólio e risco através de uma razão. Ele quantifica a rentabilidade de um ativo por unidade de risco.

O objetivo do presente trabalho é medir o risco histórico desta carteira a partir do índice de Sharpe além de fazer previsões dele com uma carteira/portfólio composta pelos papéis de maior relevância do índice IBOVESPA dos principais setores de atuação existentes no Brasil. As previsões para o índice serão construídas via abordagem econométrica, modelos ARMA-GARCH de acordo com Morettin(2016) a estratégia deste método é modelar a média da série de retornos por um modelo ARMA e depois modelar os resíduos por um modelo da família GARCH, usando o software estatístico R (R Core Team, 2019). Espera-se que este conjunto de ativos a serem escolhidos forneça, ao longo do tempo, mais retorno por unidade a mais de risco assumido, isto é, maiores valores do índice Sharpe.

O trabalho será dividido da seguinte maneira: a primeira seção traz esta introdução; a segunda trata da fundamentação teórica; a terceira refere-se a metodologia adotada que inclui os modelos ARMA-GARCH; a quarta traz a apresentação e análise dos dados e os resultados obtidos e, por fim, a quinta refere-se às considerações finais.

2. MATERIAIS

Nesta seção será discutido qual é o tipo de dado que será utilizado nas análises, bem como o processo de montagem e a constituição da carteira de ativos. Além disso, serão discutidos os riscos presentes no portfólio selecionado.

2.1. Dados

Os dados são referentes ao período entre 01 de janeiro de 2017 e 31 de dezembro de 2019. As séries com os preços de fechamento das ações para a montagem da carteira foram extraídos do portal Investing™.

Os dados de rentabilidade da poupança foram extraídos do site Ipea Data, fonte oficial do governo federal para consulta e download. Em 4 de maio de 2012 houve uma mudança na fórmula do rendimento da poupança, os depósitos anteriores a esta data tinham apresentaram rendimentos de 0,5% ao mês + taxa referencial.

Os depósitos realizados após 4 de maio de 2012 rendem 70% da taxa SELIC quando está abaixo de 8,5% ao ano, quando a taxa básica de juros está acima de 8,5% ao ano a rentabilidade é semelhante à regra antiga.

Apesar da Poupança não ser o mais usual para representar o ativo livre de risco (SELIC e CDI são os mais comuns), esta foi utilizada devido à maior facilidade de lidar no setor bancário.

2.2. Montagem da Carteira

Devido às incertezas do mercado de ações a escolha de ativos que compõe um portfólio de investimento requer algum fundamento para diminuir o risco de perdas financeiras.

A sofisticação do mercado de capitais exige um acompanhamento das empresas relacionadas no portfólio escolhido, o percentual de participação, a forma de alocação e o momento certo de entrada e saída.

Segundo Assaf Neto (2018), a seleção de carteiras procura identificar a melhor combinação possível de ativos, obedecendo às preferências do investidor com relação ao risco e retorno esperados. Dentre as inúmeras carteiras que podem ser formadas com os ativos disponíveis, é selecionada aquela que maximiza seu grau de satisfação.

Em seu livro *O investidor inteligente*, Graham (2003) propõe um sistema para o investidor com o objetivo principal de guiá-lo contra áreas de possíveis erros substanciais e desenvolver estratégias que sejam adequadas aos seus interesses de investimento.

Graham (2003) sugere sete critérios de quantidade e qualidade para a seleção de ações:

1. Tamanho do negócio adequado - não menos que US\$ 100 milhões em faturamento anual;

2. Boa situação financeira - empresas com ativos circulantes pelo menos duas vezes o passivo circulante, liquidez corrente - $AC/PC \geq 2$;

3. Estabilidade nos lucros - lucros constantes durante os últimos 10 anos;

4. Histórico de dividendos - dividendos ininterruptos durante 20 anos;

5. Crescimento do lucro - um crescimento mínimo de pelo menos 1/3 no lucro por ação (LPA) nos últimos dez anos, utilizando médias móveis de 3 anos iniciais e finais;

6. Preço sobre lucro (P/L) moderado - preço atual não pode ser mais de 15 vezes os lucros médios dos últimos três anos; e

7. Preço sobre valor patrimonial da ação (P/VPA) moderado - preço atual não deve ser mais que $1 \frac{1}{2}$ do valor patrimonial do último balanço. Entretanto, um múltiplo P/L menor que 15 pode justificar um P/VPA superior. Como regra geral, sugere-se que o produto do P/L pelo P/VPA não deve exceder a 22,5.

Segundo Graham (2003), esses requerimentos são preparados especialmente para as necessidades e temperamento do pequeno investidor. Eles

eliminarão a grande maioria de ações candidatas ao portfólio, e de duas maneiras opostas. Por um lado, eles excluirão as empresas muito pequenas, com situação financeira relativamente fraca, com prejuízos nos últimos dez anos e que não possuem um histórico longo de pagamento de dividendos. Por outro lado, os dois últimos critérios são exclusivos para a direção oposta por exigirem mais rendimento e mais ativos por dólar de preço do que os papéis populares oferecerão.

Os trabalhos de Testa (2011) e Testa (2012) propõe ligeiras mudanças nos critérios afim de adaptar ao mercado brasileiro, sendo assim os critérios para seleção de ativos foram:

1. Tamanho do negócio adequado - empresa com receita líquida maior ou igual que R\$ 300 milhões no exercício encerrado em 2019;

2. Boa situação financeira - empresa com liquidez corrente (AC/PC) maior ou igual a 1 no ano de 2019;

3. Estabilidade nos lucros – constância nos lucros, no período de 2010 a 2019, sem prejuízos;

4. Histórico de dividendos – pagamento de dividendos nos anos entre 2010 e 2019;

5. Crescimento do lucro – um crescimento mínimo de 30% no lucro do exercício de 2019 em relação à 2010;

6. Preço sobre lucro (P/L) moderado – preço da ação no fechamento de 2019 não pode ser maior do que 15 vezes o lucro por ação do ano de 2019;

7. P/L vezes P/VPA moderado - o produto do P/L pelo P/VPA não deve exceder a 22,5, em relação ao ano de 2019.

Para o primeiro critério, conforme Testa (2011) e Testa (2012) utilizou-se para fins de tamanho do negócio, o valor de faturamento anual líquido maior ou igual a R\$ 300 milhões, pois empresas com esse faturamento são enquadradas como grandes empresas conformes classificações do BNDES e legislação societária. Ajustou-se o critério de seleção que trata da liquidez corrente, em função do maior

endividamento das empresas brasileiras e das maiores necessidades de capital de terceiros para o financiamento do negócio e dos projetos de investimento das empresas nacionais, e para a análise dos indicadores P/L e P/VPA, utilizou-se a última cotação no ano de 2019 das ações ON, PN e UNIT's das empresas selecionadas, caso haja todas as classes em Bolsa.

A recomendação de Graham (2003) era de que o investidor fizesse uma realocação de acordo com a proporções de ações e títulos em sua carteira de acordo, para reequilibrar, levando em consideração o nível dos preços das ações e padrões de valor.

É preciso ressaltar também que a cotação das ações oscila com o tempo, seja em grandes ou pequenas companhias. Com isso o investidor deve estar preparado psicologicamente com as oscilações de preço no tempo.

Graham (2003) destaca que a avaliação de um investimento bem feito depende tanto de dos dividendos como da valorização dos papéis, com isso o investidor pode se aproveitar de oscilações negativas do mercado para aumentar a posição em ativos que acredita apresentarem bons resultados por um preço mais baixo.

Este movimento garante o aumento da margem de segurança abordado por Graham (2003) que está atrelada ao preço pago. Em preços elevados, não existe segurança para o investimento, ficando destoadas as questões de prudência e discernimento, podendo embutir perigos elevados inerentes as constantes mudanças do mercado. A margem de segurança quando aplicada na análise de ativos subavaliados ou barganhas torna-se relevante.

3. METODOLOGIA

O presente estudo classifica-se como uma pesquisa exploratória-documental (Gil,2002). Os dados para a implementação das análises foram baixados da base do Investing™.

Neste capítulo descrevem-se os critérios e procedimentos utilizados para montar o portfólio e estimar o índice de Sharpe a partir da modelagem ARMA-GARCH.

Deve-se mencionar também que para a realização deste estudo foram desconsiderados todos os custos de custódia e corretagem sobrados pelas corretoras e pela B3.

3.1. Retornos

Assaf Neto (2018) diz que o retorno pode ser entendido como um ganho ou perda de um investimento definido para certo período de tempo.

A maioria dos estudos financeiros utilizam o retorno em suas análises ao invés dos preços dos ativos. De acordo com Campbell, Lo e MacKinlay (1997) existem duas razões principais para o uso dos retornos.

Primeiro, para investidores médios, o retorno de um ativo é um resumo completo e sem escala da oportunidade de investimento. Segundo, as séries de retorno são mais fáceis de lidar do que as séries de preços, porque as primeiras possuem propriedades estatísticas mais atraentes. Existem, no entanto, várias definições de retorno de ativo.

Existem dois tipos de retornos que podem ser utilizados: discreto e contínuo. O retorno discreto (ou simples) é calculado a partir da razão do preço de um ativo no instante t e $t-1$ como mostra a fórmula abaixo.

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \quad \text{ou} \quad R_t = \left(\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \right) \times 100$$

Onde:

$R_t =$ taxa de retorno no período t ;

$P_t P_{t-1} =$ valores dos ativos nos períodos t e $t - 1$.

Assaf Neto (2018) destaca que retorno contínuo (ou geométrico, logarítmico) pressupõe uma capitalização indeterminada. É definido pela seguinte fórmula:

$$R_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$$

3.2. Modelos ARMA

Dada uma série temporal, o processo ARMA é uma ferramenta utilizada para entender e prever os valores nesta série. O modelo consiste em uma parte autorregressiva (AR) e uma parte de média móvel (MA).

As definições são conforme Tsay (2002).

Um modelo ARMA combina as ideias dos modelos AR e MA em uma forma compacta para que o número de parâmetros usados seja pequeno. Uma série temporal r_t segue um modelo ARMA (p, q) se satisfizer

$$r_t = \varphi_0 + \sum_{i=1}^p \varphi_i r_{t-i} + a_t - \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i}$$

Onde:

a_t é uma série de ruído branco

p e q são inteiros não negativos

De acordo com AKAIKE (1974) a identificação do modelo ARMA(p, q) é feita a partir da análise dos gráficos de autocorrelações (FAC) e autocorrelações parciais (FACP) estimadas, juntamente com os valores de Critério de Informação de Akaike (AIC) ou Critério de Informação Bayesiano (BIC), como diz SCHWARZ (1978).

3.3. Modelos GARCH

O processo *generalized autoregressive conditionally heteroskedastic*, ou GARCH, propõe-se a fornecer uma estrutura à dinâmica de variâncias condicionais, assim como o ARMA faz para as médias condicionais. O processo GARCH fracamente estacionário é um ruído branco.

De acordo com Tsay (2002) um modelo GARCH é definido pelas equações:

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Onde:

ϵ_t é uma sequência de variáveis aleatórias identicamente distribuídas com média 0 e variância 1;

α_i mede o quanto o retorno de hoje afeta a volatilidade do dia seguinte;

β_i expressa o quanto a volatilidade hoje afeta a volatilidade da série no próximo instante de tempo.

$$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0$$

A identificação da ordem de um modelo GARCH(r,s), a ser ajustado para uma série, é usualmente difícil. Portanto, devem-se usar modelos de ordem baixa e escolher o melhor com base em critérios como o AIC ou BIC, de acordo com valores assumidos pela assimetria e curtose, valores da log-verossimilhança e de alguma função perda (MORETTIN; TOLOI, 2004).

3.4. Modelo ARMA-GARCH

Os processos ARMA são regidos por um ruído branco e como foi visto, o processo GARCH fracamente estacionário é um ruído branco. Para isso, determinamos que os erros do ARMA a_t sejam iguais a $\sigma_t \epsilon_t$, e que σ_t seja uma especificação GARCH, os dois modelos podem ser usados juntos, aproveitando as características de ambos.

Um processo é definido como ARMA com erros GARCH se for fracamente estacionário e satisfizer às equações:

$$r_t = \mu_t + a_t$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$r_t = \varphi_0 + \sum_{i=1}^p \varphi_i r_{t-i} + a_t - \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i}$$
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

3.5. Índice de Sharpe

Uma das mais conhecidas medidas de desempenho é o índice de Sharpe (IS), desenvolvido por Sharpe (1966). Desde então, tem sido amplamente utilizado no mercado de capitais. Apesar de sua importância prática, sua utilização depende da estimação correta de seus parâmetros (VARGA, 2001).

O IS considera o risco total da carteira e determina a remuneração adicional do investidor por unidade de risco total assumido. Portanto, quanto maior o índice de Sharpe da carteira, melhor é a relação risco-retorno do investimento. Sua fórmula é dada por:

$$IS_i = \frac{E(R_i) - R_f}{\sigma(R_i)}$$

Onde:

$IS_i = \text{Índice de Sharpe}$

$E(R_i) = \text{Taxa de Retorno média da carteira}$

$R_f = \text{Taxa de Retorno do ativo livre de Risco}$

$\sigma(R_i) = \text{desvio padrão dos retornos referente ao risco total da carteira}$

O índice de Sharpe mede o retorno em excesso obtido pelo portfólio em relação ao ativo livre de risco, em função do risco total (desvio padrão). Sharpe (1996) denominou este índice como “recompensa pela variabilidade” (reward-to-variability). Como esta medida é baseada no risco total da carteira permite a avaliação até mesmo de portfólios menos diversificados.

A classificação do portfólio por Índice de Sharpe é simples: o melhor portfólio é aquele que apresenta o maior Índice. Para um desempenho superior de carteira, é necessário que o Índice de Sharpe desta carteira seja maior que o Índice de Sharpe da carteira de mercado (BARROS et al., 2004).

Ao analisar o Índice de Sharpe na prática é preciso tomar cuidado, uma vez que não é correto dizer que uma carteira é melhor pois apresenta um risco (desvio padrão) maior, e sim apresentam um índice de Sharpe maior. Varga (2001) diz em relação a esta limitação:

O cálculo do IS não incorpora informação sobre a correlação entre os ativos; portanto, o IS perde importância, quando se quer adicionar um ativo (ou carteira) com risco a uma carteira que já tenha ativos arriscados. Quanto maior a correlação entre o ativo que está sendo avaliado e a carteira corrente, maior a importância do IS como indicador para a seleção do investimento. Se a correlação é muito baixa ou negativa, um ativo com pequeno IS pode tornar ainda maior o IS final de toda a carteira. Um investidor que não tem investimentos com risco deve simplesmente selecionar aquele com maior IS (VARGA, 2001, p. 229).

Como o índice de Sharpe não considera a correção entre os novos ativos e os ativos presentes no portfólio sua utilização é limitada à investidores iniciantes, que ainda não tem outros tipos de investimentos.

Existe a possibilidade do Índice de Sharpe ser um valor negativo, isto acontece quando o retorno médio da carteira for menor do que o retorno do ativo livre de risco. Varga (2001) discorre sobre esta possibilidade:

O IS pode estar baseado em retorno e risco esperados (ex ante) e retorno realizados (ex post). Dada a dificuldade em se obterem valores esperados, a maioria utiliza estatísticas passadas para avaliar o IS. O resultado pode ser muito ruim, levando eventualmente a um IS negativo, quando a bolsa cai. O IS negativo não tem sentido em um modelo de mercado, pois o investidor sempre tem a opção de investir na taxa sem risco (VARGA, 2001, p. 231).

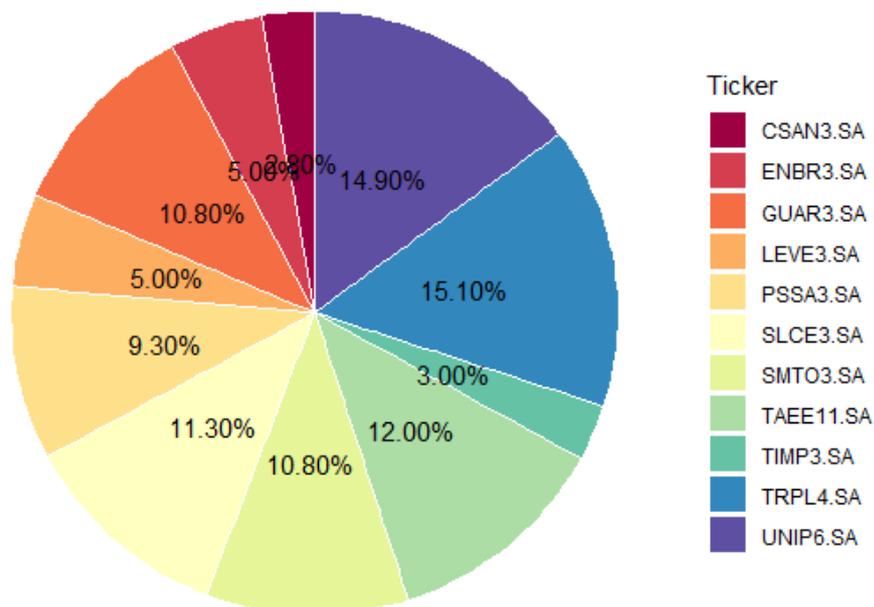
O índice de Sharpe é uma medida mais apropriada para avaliar uma carteira completa de ativos ou mesmo um fundo de investimento pouco diversificado. Visto que será avaliada uma carteira de ativos determinada em um mesmo período de tempo o Índice de Sharpe será adequada para medir o excesso de retorno esperado por unidade de risco exposta.

4. ANÁLISE DE RESULTADOS

4.1. Seleção dos Ativos

A figura 1 apresenta o gráfico com da distribuição de ativos na carteira teórica.

Figura 1 - Distribuição dos Ativos Selecionados



Fonte: Elaborado pelo Autor

A carteira teórica acima foi selecionada com base na teoria de portfólios de Markowitz, com base nas cotações dos últimos dois anos completos montou-se a carteira com o menor risco.

Em seguida, a tabela 1 apresenta a distribuição da carteira por setor. Nota-se que há boa diversificação entre as áreas de atuações dos ativos selecionados, diminuindo assim o risco sistemático.

Tabela 1 - Percentual da Carteira Teórica

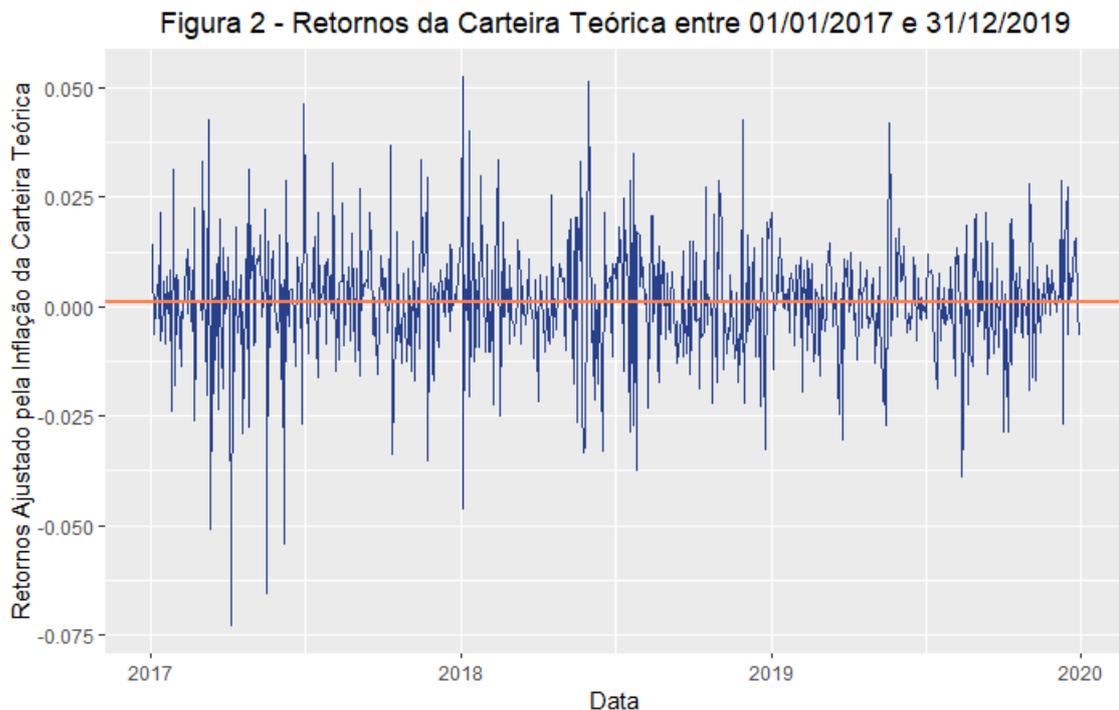
Setor	Percentual
Agropecuária	11,3%
Alimentos e Alcool	10,8%
Automóveis e Motocicletas	5,0%
Comércio	10,8%
Energia Elétrica	32,1%
Petróleo Gás e Biocombustível	2,8%
Previdência e Seguros	9,3%
Químicos	14,9%
Telecomunicações	3,0%

Fonte: Elaboração Própria

O setor de maior concentração é o elétrico (32,1%), com três ativos, são eles: EDP Brasil (ENBR3), Taesa (TAEE11) e ISA CTEEP(TRPL4).

4.2. Análise dos Retornos e Volatilidade

A Figura 2 apresenta o gráfico de retornos diários da carteira teórica no período de janeiro de 2017 a dezembro de 2019.



Fonte: Elaborado pelo Autor

É possível notar que houve oscilação nos retornos da carteira teórica, com isso pode se concluir que mesmo uma carteira diversificada e construída a partir de um método extremamente rígido está sujeita a variações no curto prazo.

A linha horizontal na figura 2 indica o retorno médio diário da carteira durante os três anos analisados. Nota-se que o portfólio apresentou valorização média diária de 0,092%.

Para ilustrar os retornos majoritariamente positivos no período em questão a figura 3 apresenta a evolução do preço da carteira teórica.



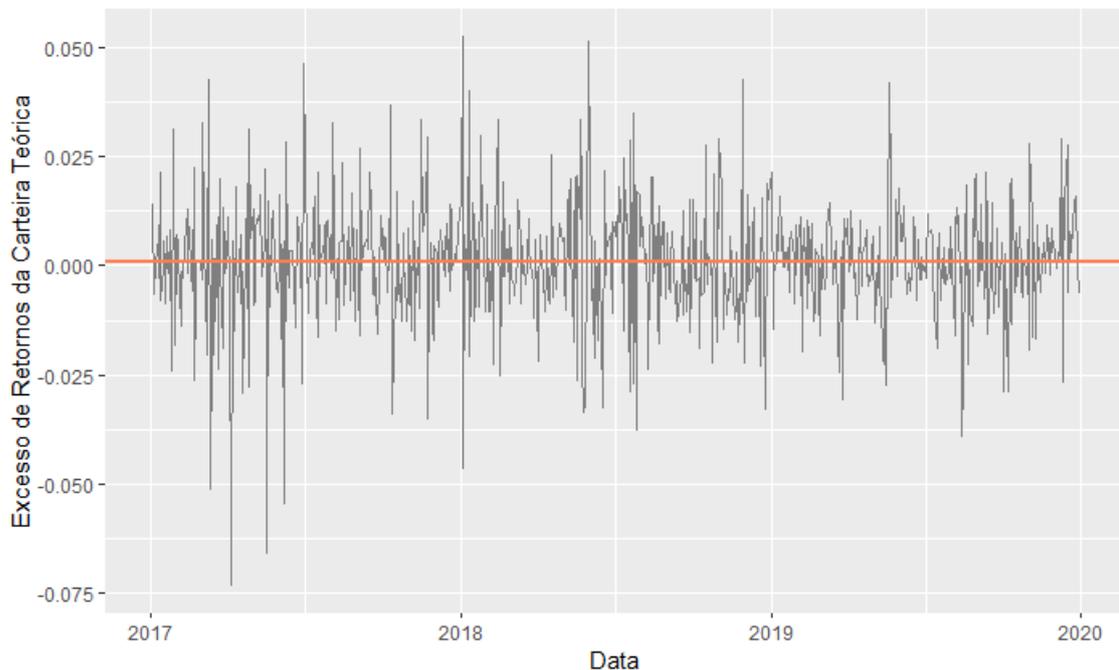
Fonte: Elaborado pelo Autor

Como pode ser observado acima é possível concluir que, apesar das oscilações entre retornos positivos e negativos o portfólio mais que dobrou de preço durante o período de estudo.

No entanto, para o cálculo do índice de Sharpe é necessário utilizar o excesso de retornos, ou seja, os retornos que excederem o ativo livre de risco, e como definido anteriormente este ativo é a poupança.

A figura 4 apresenta os excessos de retornos diários do portfólio entre janeiro de 2017 e dezembro de 2019.

Figura 4 - Excesso de Retornos da Carteira Teórica entre 01/01/2017 e 31/12/201



Fonte: Elaborado pelo Autor

Observa-se que os excessos de retornos oscilam tanto quanto os retornos diários devido a constância da rentabilidade da poupança. A linha horizontal representa o excesso de retorno médio no período, pode-se observar que continua positivo, porém menor. O excesso de retorno médio diário no período foi de 0,081%.

4.3. Ajustes do modelo ARMA aos excessos de retornos

Para um melhor ajuste do modelo ARMA, leva-se em consideração somente os primeiros lags do FAC e FACP, cujos gráficos estão apresentados nas figuras 5 e 6.

Figura 5-FAC excessos retornos

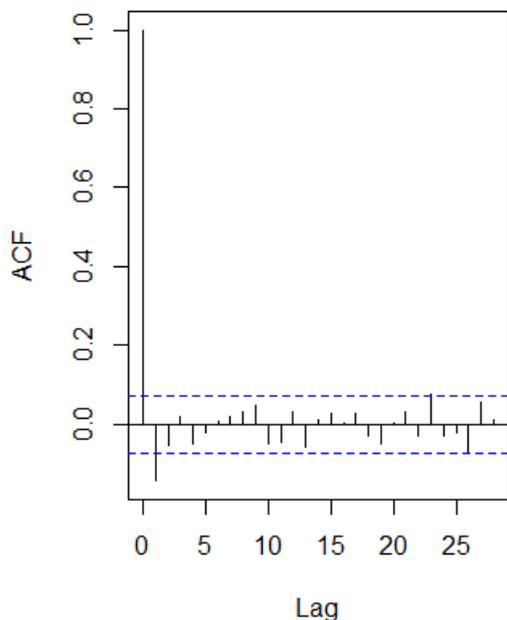
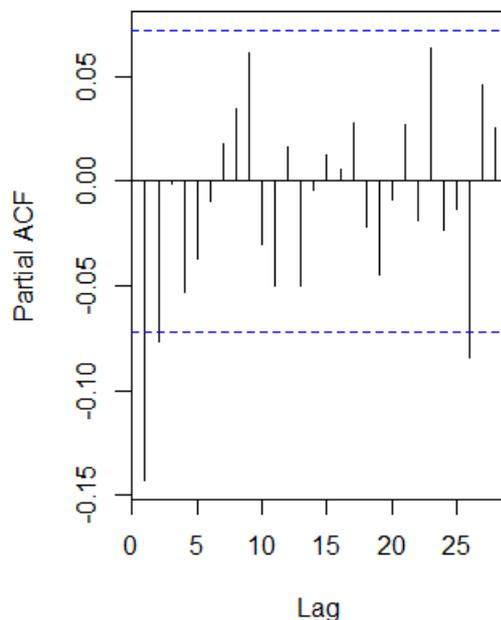


Figura 6-FACP excessos retornos



O modelo que melhor se ajustou aos excessos de retornos da carteira teórica foi o modelo ARMA (1,1), entre os modelos testados este modelo obteve o menor AIC, igual a -4270,32.

4.4. Ajustes do modelo GARCH aos resíduos do modelo ARMA (1,1)

A identificação da ordem de um modelo GARCH(r,s), a ser ajustado para uma série, é usualmente difícil. Portanto, devem-se usar modelos de ordem baixa e escolher o melhor com base em critérios como o AIC ou BIC, de acordo com valores assumidos pela assimetria e curtose, valores da log-verossimilhança e de alguma função perda (MORETTIN; TOLOI, 2004).

As distribuições que apresentaram melhores resultados foram a da Normal e t-Student, o modelo que apresentou o menor valor do AIC (-5,9455) foi o modelo GARCH (1,1) com distribuição t-Student.

A partir da Tabela 2, verifica-se que que, com 5% de significância, o parâmetro φ_0 não é significativo, em outras palavras, é estatisticamente igual a zero. Diante disto tem-se que um choque positivo na volatilidade possui o mesmo efeito que um choque negativo, isto indica que há ausência de assimetria na série de excessos de retornos.

Ainda analisando a Tabela 2 tem-se que o coeficiente α_1 é baixo, indicando assim que os excessos de retornos do portfólio teórico tendem a ter volatilidade pontiagudas, ou seja, com picos de alta ou baixa. Este fator é de se esperar visto que o mercado de ações brasileiro está sujeito a fortes impactos causados pelo noticiário nacional e internacional.

Outro fator que ajuda a confirmar esta tese é o coeficiente β_1 , este mede se os choques da variância condicional levam tempo para desaparecerem, tendo assim volatilidade persistente, como pode ser observado na tabela este coeficiente não é significativo a 5% de significância, indicando assim que os choques de volatilidades na série não persistem por longos períodos de tempo.

Tabela 2 - Ajuste do modelo GARCH(1,1) aos resíduos do ARMA(1,1)

Coeficiente	Valor Estimado	Desvio Padrão	Valor-p
φ_1	0,658559	0,066041	0,000000
θ_1	-0,623886	0,068569	0,000000
φ_0	-4,690737	2,861593	0,101171
α_1	-0,005310	0,072405	0,942280
β_1	0,456682	1,376408	0,168695
α_0	0,478128	3,743341	0,000182
<i>g. l.</i>	3,986972	6,4808948	0

Na Tabela 3 são apresentadas as estatísticas de teste de Ljung-Box para alguns lags. Verifica-se que os valores-p do teste de Ljung-Box, para os lags 1, 5 e 9, dos resíduos ao quadrado, são maiores que 5%, ou seja, não há presença de

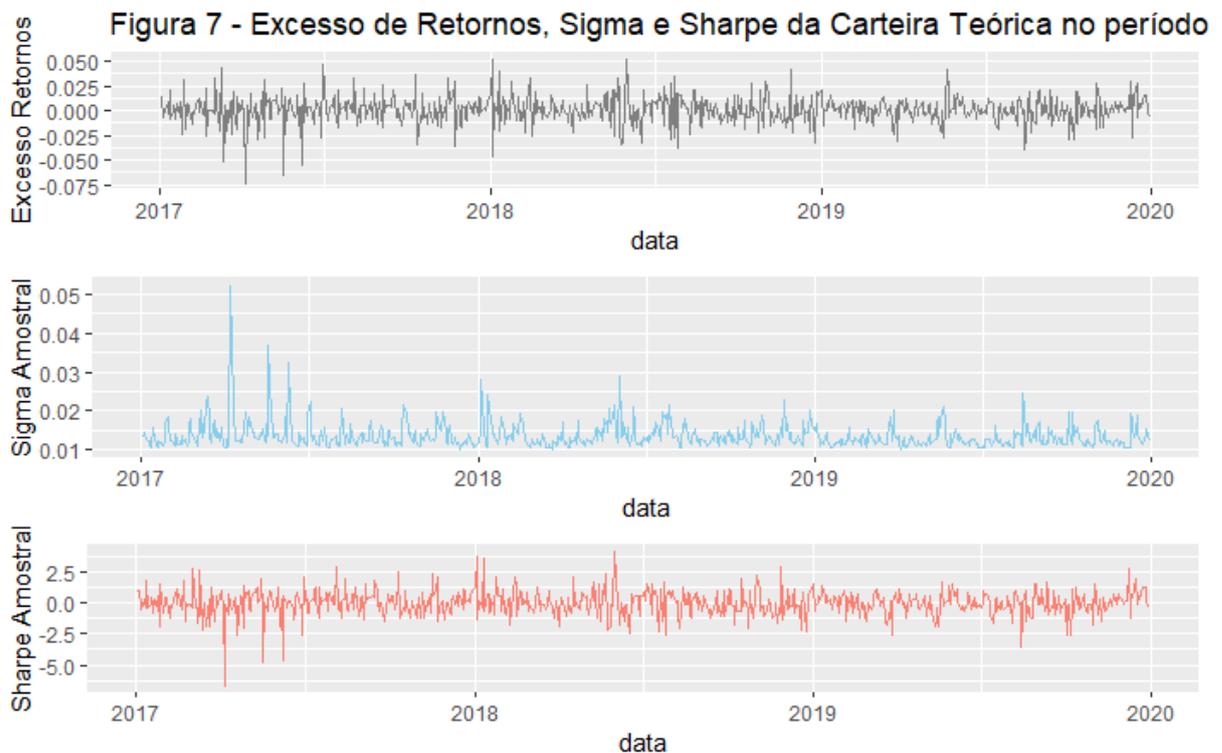
volatilidade não explicada pelo modelo, logo o modelo ajustado é adequado para descrever o comportamento da série, ao nível de significância de 5%.

Tabela 3 - Testes estatísticos de Ljung-Box para os resíduos ao quadrado do modelo GARCH(1,1) ajustado

Teste		lags	Estatística	Valor-p
Ljung-Box	Resíduos ²	1	0,360900	0,548000
Ljung-Box	Resíduos ²	5	1,049100	0,848500
Ljung-Box	Resíduos ²	9	1,4222	0,9617

4.5. Índice de SHARPE amostral

A figura 7 traz um comparativo entre os excessos de retornos, sigma (desvio padrão dos retornos) e o índice de Sharpe da carteira no período entre 01/01/2017 e 31/12/2019.



Fonte: Elaborado pelo Autor

A partir dela é possível relacionar os indicadores apresentados, nota-se que em meados de 2017 há um cluster de retornos negativos, no mesmo período observa-se um pico no desvio padrão (risco) e consequentemente, índice de Sharpe negativos.

Ainda, no período correspondendo ao final do primeiro semestre de 2018 observa-se uma concentração de retornos positivos, ao mesmo tempo tem-se aumento no risco e no índice Sharpe.

Diante destes movimento é preciso destacar que o índice de Sharpe apresenta valores negativos apenas quando se tem retornos negativos, no entanto, quando há retornos positivos o índice Sharpe é ditado pelo desvio padrão, ou seja, quanto mais volátil foram os retornos no período em questão menor será o índice de Sharpe.

Na figura 7 é possível identificar que os maiores valores para o índice de Sharpe são encontrados quando há retornos positivos e pouca volatilidade, na prática, este cenário se dá quando se tem dias seguidos de retornos positivos, este cenário é o ideal para o ganho de capital do investidor pois se tem excessos de retornos acima da média histórica e risco relativamente baixo.

No entanto, não se deve negligenciar os períodos onde o índice de Sharpe apresenta valores negativos, como o mercado brasileiro é fortemente impactado por notícias nacionais e internacionais estes períodos podem ser oportunidades para o investidor aumentar suas posições em ativos de boa qualidade cujos preços estão sendo impactados no curto prazo pelo noticiário.

4.6. Estimação do Índice de SHARPE

De posse dos modelos ARMA (1,1) e GARCH (1,1) ajustados, realizou-se as estimativas dos excessos de retornos (retorno que excede a rentabilidade de um ativo livre de risco) e da volatilidade da série(risco) e a partir destas, obteve-se o índice de Sharpe estimado.

Foram feitas estimativas para 3 períodos diferentes: 1, 7 e 15 dias, as tabelas e gráficos com as estimativas de retorno, risco e índice de SHARPE estão apresentadas abaixo. Para as estimativas foi retirado da base de dados a quantidade de dias que foram previstos, com isso será possível comparar o índice de Sharpe estimado e o real.

A tabela 4 apresenta a previsão para o índice de Sharpe 1 passo adiante. Nota-se que o retorno estimado pelo modelo ARMA (1,1) foi de -0,0068%, enquanto o retorno real foi de -0,64815%.

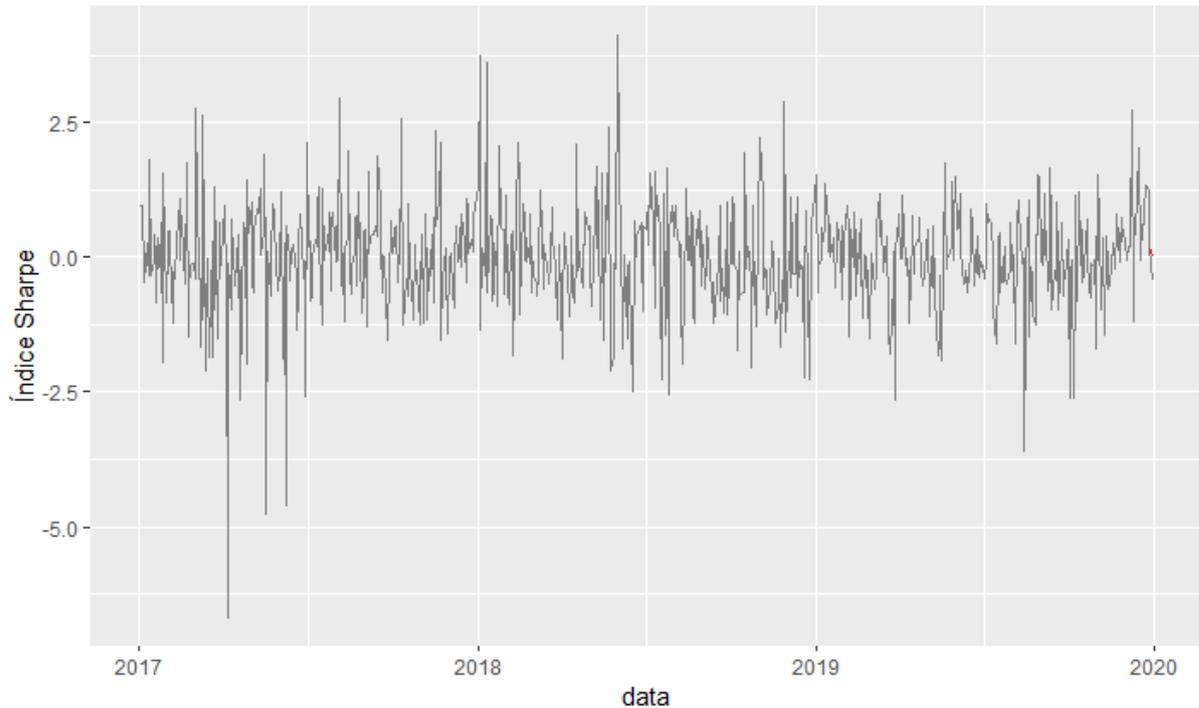
Ainda, observa-se que o desvio padrão estimado pelo modelo GARCH (1,1) foi de 1,2478%, valor próximo ao risco real no dia da previsão, 1,2403%. Com isso tem-se que o índice de Sharpe estimado apresentou valor semelhante ao ocorrido.

Tabela 4 - Previsão do Índice de Sharpe 1 passo à frente

Data	Retornos	Sigma Amostral	Sharpe Amostral	Retorno Estimado	Sigma Estimado	Sharpe Estimado
06/12/2019	0,2295%	1,0576%	0,1831	-	-	-
09/12/2019	2,9070%	1,0542%	2,7245	-	-	-
10/12/2019	-2,6486%	1,9194%	-1,1804	-	-	-
11/12/2019	1,5519%	1,7946%	0,7142	-	-	-
12/12/2019	0,6064%	1,5295%	0,4304	-	-	-
13/12/2019	1,5013%	1,3200%	1,1892	-	-	-
16/12/2019	2,7547%	1,4731%	2,0170	-	-	-
17/12/2019	-0,6064%	1,8740%	-0,0636	-	-	-
18/12/2019	0,7801%	1,3634%	0,6464	-	-	-
19/12/2019	0,6576%	1,3049%	0,5965	-	-	-
20/12/2019	0,2968%	1,2640%	0,3231	-	-	-
23/12/2019	1,4949%	1,1686%	1,3226	-	-	-
26/12/2019	1,5916%	1,4310%	1,2565	-	-	-
27/12/2019	0,0152%	1,5417%	0,2050	-	-	-
30/12/2019	-0,6481%	1,2403%	-0,4394	-0,0068%	1,2478%	-0,0054
Média	0,6989%	1,4224%	0,6617	-0,0068%	1,2478%	-0,0054

Na figura 8 será apresentado o índice de Sharpe observado e estimado 1 passo à frente assim como visto na tabela abaixo.

Figura 8 - Previsão do Índice de Sharpe 1 passo à frente



Fonte: Elaborado pelo Autor

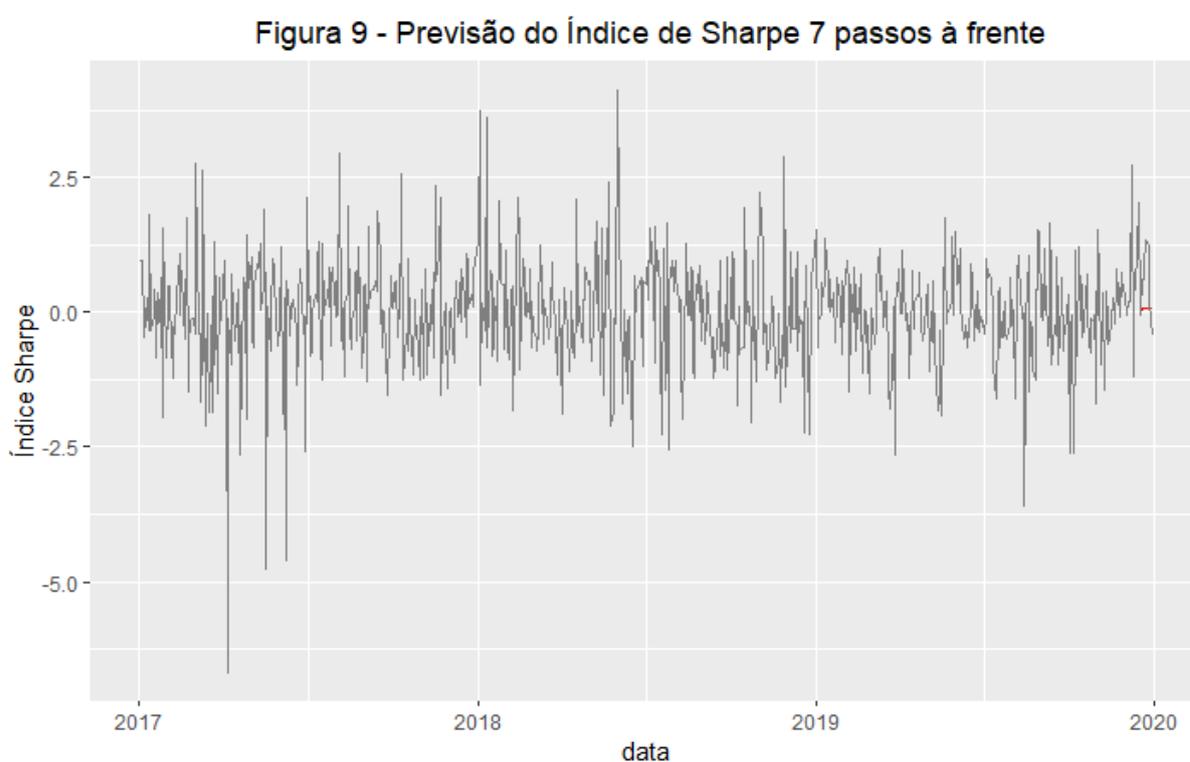
Na tabela 5 será apresentado as previsões de retorno, desvio padrão, e consequentemente, índice de SHARPE em 7 passos adiante.

Tabela 5 - Previsão do Índice de Sharpe 7 passos à frente

Data	Retornos	Sigma Amostral	Sharpe Amostral	Retorno Estimado	Sigma Estimado	Sharpe Estimado
06/12/2019	0,2295%	1,0576%	0,1831	-	-	-
09/12/2019	2,9070%	1,0542%	2,7245	-	-	-
10/12/2019	-2,6486%	1,9194%	-1,1804	-	-	-
11/12/2019	1,5519%	1,7946%	0,7142	-	-	-
12/12/2019	0,6064%	1,5295%	0,4304	-	-	-
13/12/2019	1,5013%	1,3200%	1,1892	-	-	-
16/12/2019	2,7547%	1,4731%	2,0170	-	-	-
17/12/2019	-0,6064%	1,8740%	-0,0636	-	-	-
18/12/2019	0,7801%	1,3634%	0,6464	-0,0426%	1,3986%	-0,0342
19/12/2019	0,6576%	1,3049%	0,5965	0,0450%	1,3700%	0,0360
20/12/2019	0,2968%	1,2640%	0,3231	0,0784%	1,3553%	0,0628
23/12/2019	1,4949%	1,1686%	1,3226	0,0911%	1,3478%	0,0730
26/12/2019	1,5916%	1,4310%	1,2565	0,0960%	1,3439%	0,0769
27/12/2019	0,0152%	1,5417%	0,2050	0,0979%	1,3418%	0,0784
30/12/2019	-0,6481%	1,2403%	-0,4394	0,0986%	1,3408%	0,0790
Média	0,6989%	1,4224%	0,6617	0,0663%	1,3569%	0,0532

A partir das previsões apresentadas acima é possível notar que a partir do 4º passo o sigma (desvio padrão) apresenta indícios de estabilidade. Como visto anteriormente o coeficiente β_1 do modelo ajustado não é significativo a 5% de confiança, este fato ajuda a explicar a rápida estabilização do desvio padrão estimado.

Uma vez que o desvio padrão começa a apresentar sinais de estabilização observa-se o mesmo comportamento nos retornos estimados a partir do 4º passo de previsão.



Um dos resultados da estabilização dos retornos e sigma projetado é o índice de Sharpe, como pode ser visto na Figura 9 e na Tabela 5 existe a convergência para um valor próximo a 0,079.

Por fim, a tabela 6 apresenta os resultados das estimativas dos excessos de retornos, sigma e Índice de Sharpe 15 passos à frente.

A partir desta tabela é possível notar que a partir do 9º passo à frente os retornos apresentam valores constantes, destaca-se que a média dos retornos

estimados foi significativamente menor do que os retornos amostrais médios no período entre 06/12/2019 e 30/12/2019.

Apesar das diferenças entre os retornos amostrais e estimados é preciso destacar que o modelo proposto apresentou estimativas para o desvio padrão próximas ao observado na amostra. Nos 15 dias de previsão o sigma amostral médio foi de 1,4224% enquanto o sigma estimado foi de 1,2627%.

Tabela 6 - Previsão do Índice de Sharpe 15 passos à frente

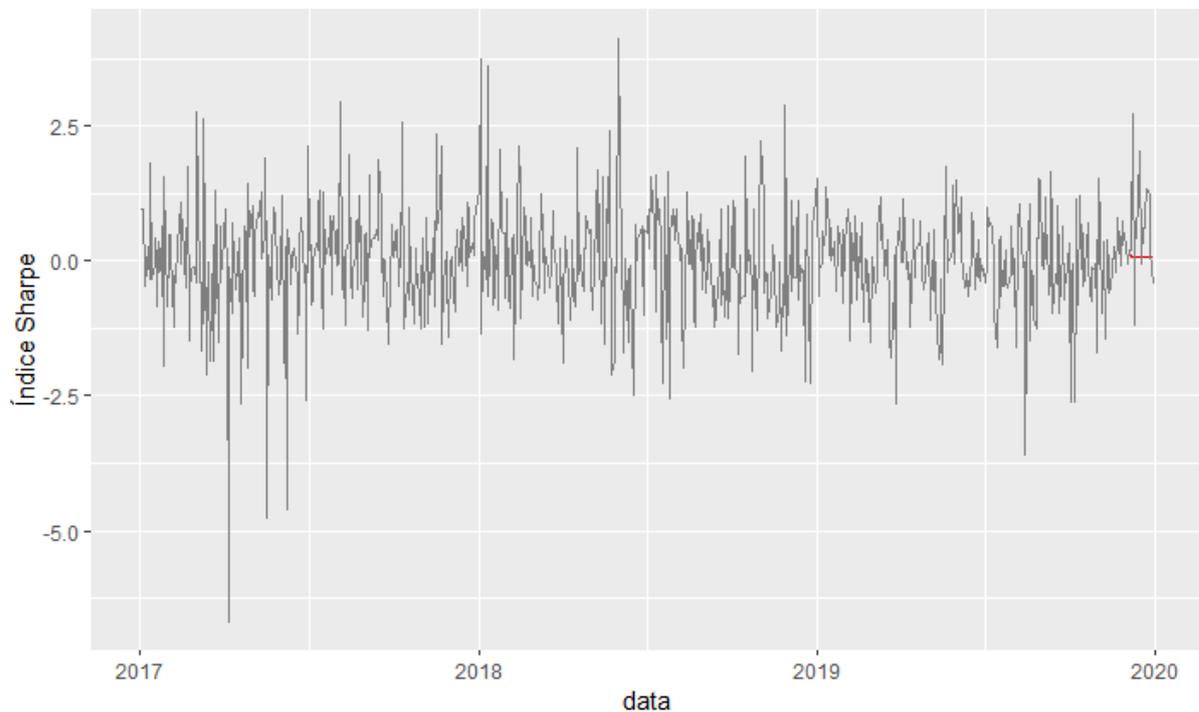
Data	Retornos	Sigma Amostral	Sharpe Amostral	Retorno Estimado	Sigma Estimado	Sharpe Estimado
06/12/2019	0,2295%	1,0576%	0,1831	0,0610%	0,9925%	0,0614
09/12/2019	2,9070%	1,0542%	2,7245	0,0814%	1,1092%	0,0733
10/12/2019	-2,6486%	1,9194%	-1,1804	0,0896%	1,1874%	0,0754
11/12/2019	1,5519%	1,7946%	0,7142	0,0929%	1,2380%	0,0750
12/12/2019	0,6064%	1,5295%	0,4304	0,0942%	1,2701%	0,0742
13/12/2019	1,5013%	1,3200%	1,1892	0,0947%	1,2902%	0,0734
16/12/2019	2,7547%	1,4731%	2,0170	0,0949%	1,3027%	0,0729
17/12/2019	-0,6064%	1,8740%	-0,0636	0,0950%	1,3104%	0,0725
18/12/2019	0,7801%	1,3634%	0,6464	0,0951%	1,3152%	0,0723
19/12/2019	0,6576%	1,3049%	0,5965	0,0951%	1,3181%	0,0721
20/12/2019	0,2968%	1,2640%	0,3231	0,0951%	1,3199%	0,0720
23/12/2019	1,4949%	1,1686%	1,3226	0,0951%	1,3210%	0,0720
26/12/2019	1,5916%	1,4310%	1,2565	0,0951%	1,3217%	0,0719
27/12/2019	0,0152%	1,5417%	0,2050	0,0951%	1,3221%	0,0719
30/12/2019	-0,6481%	1,2403%	-0,4394	0,0951%	1,3223%	0,0719
Média	0,6989%	1,4224%	0,6617	0,0913%	1,2627%	0,0722

A partir da figura 10 tem-se o comportamento do Índice de Sharpe previsto 15 passos à frente além do comparativo com o índice amostral.

Nota-se que devido ao baixo coeficiente β_1 do modelo os choques de volatilidade não se mantem por longos período de tempo, o impacto desta característica do modelo é observada no índice de Sharpe estimado, este apresenta valores praticamente constantes a partir do 7º passo de previsão.

Das 15 previsões feitas a partir do modelo ARMA (1,1) - GARCH (1-1) foi obtido índice de Sharpe médio de 0,0722. Valor bem distante da média 0,6617 retirada da amostra. Este resultado evidencia o quão complexo é prever algum indicador no mercado de ações brasileiro dado a volatilidade e grande impacto no noticiário nacional e internacional.

Figura 10 - Previsão do Índice de Sharpe 15 passos à frente

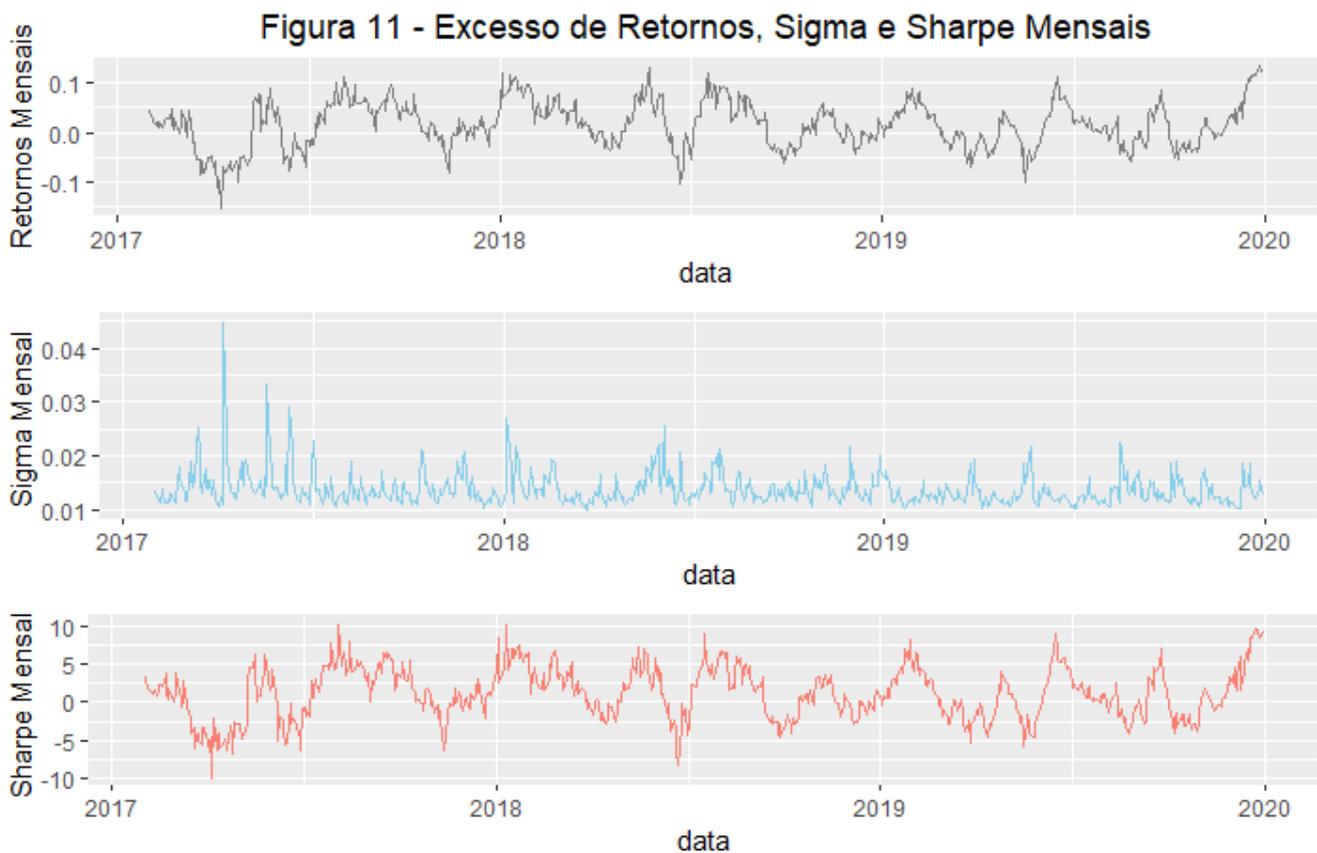


Fonte: Elaborado pelo Autor

4.7. Estimação do Índice de SHARPE Mensal

Além do índice de Sharpe diário como foi apresentado anteriormente é interessante mostrar como este índice se comportou mensalmente, e também, fazer previsão 1 passo à frente.

A figura 11 apresentada abaixo apresenta o comportamento dos excessos de retornos, risco (desvio padrão) e índice Sharpe acumulado por 30 dias. É importante destacar que os valores apresentados em cada ponto representam as somas dos retornos no mês anterior, risco e índice de Sharpe no mesmo período.



Fonte: Elaborado pelo Autor

Tem-se que no período o excesso de retorno médio mensal foi de 1,4953%, é possível observar a partir da figura acima que o comportamento encontrado nos excessos de retornos é semelhante ao índice de Sharpe durante todo o período.

O índice de Sharpe médio foi de 1,1421, isto indica que neste portfólio construído o risco foi melhor remunerado quando olhamos mensalmente, este ponto só reforça a ideia de que os investimentos em renda variável são melhores aproveitados visado um horizonte de tempo maior.

A seguir será apresentado a projeção do índice de Sharpe 1 passo à frente, no entanto, como está sendo analisado retornos e riscos mensais a projeção contemplará o horizonte de um mês.

A partir da tabela 7 é possível observar que o modelo selecionado apresentou uma previsão para o retorno mensal (12,5571%) maior do que o observado na amostra.

O mesmo comportamento ocorreu no sigma estimado, o valor previsto foi ligeiramente maior do que o observado no conjunto de dados. Com isso o índice de Sharpe mensal previsto 1 passo à frente foi consideravelmente menos do que o observado.

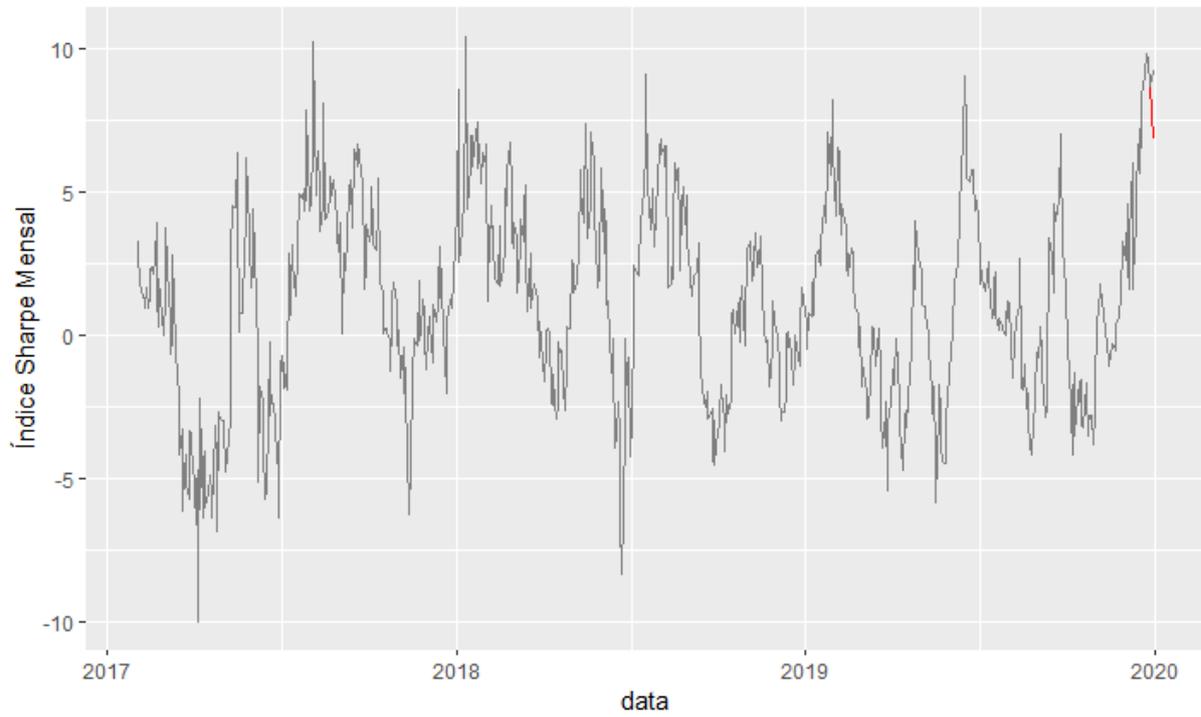
Tabela 7 - Previsão do Índice de Sharpe Mensal 1 passo à frente

Data	Retornos Mensal	Sigma Amostral	Sharpe Amostral	Retorno Mensal Estimado	Sigma Estimado	Sharpe Estimado
06/12/2019	3,5275%	1,0149%	3,4758	-	-	-
09/12/2019	6,0342%	1,0067%	5,9941	-	-	-
10/12/2019	2,8507%	1,7785%	1,6028	-	-	-
11/12/2019	6,0791%	1,8451%	3,2947	-	-	-
12/12/2019	5,7724%	1,6275%	3,5469	-	-	-
13/12/2019	7,3475%	1,4014%	5,2431	-	-	-
16/12/2019	10,6949%	1,4906%	7,1749	-	-	-
17/12/2019	10,5262%	1,8569%	5,6688	-	-	-
18/12/2019	10,7806%	1,4571%	7,3988	-	-	-
19/12/2019	11,6021%	1,3622%	8,5173	-	-	-
20/12/2019	11,1339%	1,2968%	8,5854	-	-	-
23/12/2019	11,6921%	1,1911%	9,8161	-	-	-
26/12/2019	13,4811%	1,4016%	9,6186	-	-	-
27/12/2019	13,2809%	1,5336%	8,6598	-	-	-
30/12/2019	11,7946%	1,2803%	9,2125	12,5571%	1,8359%	6,8398
Média	9,1065%	1,4363%	6,5206	12,5571%	1,8359%	6,8398

No entanto, é preciso destacar que tanto o índice de Sharpe amostral quanto o previsto são considerados altos, com isso tem-se evidências de que o portfólio construído nesse trabalho remunera adequadamente o risco a que este é exposto.

A partir da figura 12 é possível ver graficamente a diferença entre o índice de Sharpe amostral e previsto. Nota-se que apesar das oscilações o índice de Sharpe apresentou, majoritariamente, valores positivos e maiores do que se olhados diariamente, reforçando a ideia de que o horizonte de tempo está diretamente relacionado a remuneração do risco no mercado de ações.

Figura 12 - Previsão do Índice de Sharpe Mensal 1 passo à frente



Fonte: Elaborado pelo Autor

5. CONCLUSÃO

A partir deste trabalho foi possível ver como é o processo de montagem de portfólio a partir de um método. A metodologia adotada neste foi o modelo de Graham, apesar da necessidade de se fazer um ajuste ao mercado brasileiro devido a menor liquidez e tempo de negociação na bolsa este método se mostrou bastante seguro mesmo no Brasil por ser bastante rigoroso.

Apesar da mudança no cálculo da rentabilidade da poupança em 2012 foi considerado como ativo livre de risco os retornos calculados a partir da regra antiga, devido as recentes quedas a taxa Selic os investimentos atrelados a esta taxa, em grande parte, geram retornos abaixo da inflação.

Ainda, foi observado que o ajuste da série de excessos de retornos se a partir do modelo ARMA-GARCH com erros distribuição t-Student se mostrou eficiente no período especificado, ao nível de 95% de confiança.

Como visto na seção de resultados o coeficiente β_1 indicou, com 95% de confiança, que os choques de volatilidade não perduram por longos períodos de tempo. Este fato tem relação com a rigorosidade do critério utilizado na montagem do portfólio, as empresas que atenderam as exigências do método são mais antigas, e menos suscetíveis a especulações do mercado e problemas de governança justamente pelo seu nível de maturidade no mercado brasileiro.

Com isso, observou-se que o índice de Sharpe predito para 7 e 15 dias oferece um baixo retorno adicional para cada unidade de risco a mais do portfólio, diante disto tem-se evidências de que é possível ter um portfólio baseado em renda variável, focado no longo prazo e que ofereça baixo risco ao investidor.

Por fim, é possível concluir a partir da análise de índice de Sharpe mensal que existe maior remuneração do portfólio quando se expande o horizonte de tempo. Foi possível observar que o índice de Sharpe apresentou crescimento quando olhado mensalmente devido à soma dos retornos diários, no entanto, os valores do risco (desvio padrão) sofreram poucas mudanças como pode ser observado comparando as figuras 7 e 11.

Para trabalhos futuros, é interessante estudar e traçar um comparativo com outro métodos de montagem de portfólio, como por exemplo o método de Bazin (1992) que visa um portfólio com preferência para empresas que tem boa capacidade pagadora de dividendos, criando assim um volume de renda passiva. Além disto outros ativos livres de risco podem ser usados neste trabalho, como por exemplo o CDI (Certificado de Depósito Interbancário).

Além de outros métodos de montagem de portfólio ou ativos livres de risco é interessante estudar outros modelos da família GARCH, uma vez que em uma série com mais volatilidade (risco) os modelos e distribuição utilizados neste trabalho podem não fornecer os melhores ajustes.

Ainda, é possível utilizar um horizonte de tempo maior, anual por exemplo, afim de diminuir ainda mais as oscilações nos retornos, volatilidade, e conseqüentemente, no índice de Sharpe.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKAIKE, H. (1974), A new look at the statistical model identification. IEEE Transactions on Automatic Control, AC-19, 716-723.

ASSAF NETO, A. Mercado financeiro. 14. ed. São Paulo: Atlas, 2018.

BAZIN, D. Faça Fortuna com Ações com Ações – Antes que Seja Tarde, 1992

Campbell, J. Y., Lo, A. W., and MacKinlay, A. C. (1997), The Econometrics of Financial Markets, Princeton University Press: New Jersey.

ENGLE, R. F. (1982). Autoregressive conditional heterokedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation. Econometrica, 50, 987-1008.

FRANCIS, J. C.; ARCHER, S. H. Portfolio Analysis (2^a ed.). Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1991.

GITMAN, L. J.; JOEHNK, M. D. Princípios de Investimentos. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2005.

GRAHAM, B. The intelligent investor. rev. ed. updated with new commentary by Jason Zweig. New York: HarperCollins, 2003.

MERCADO DE VALORES MOBILIÁRIOS BRASILEIRO. Rio de Janeiro: Comissão de Valores Mobiliários, 2019.

MORETTIN, P. A. Econometria Financeira. Edgard Blücher, São Paulo. 2016.

TESTA, C. H. R.; LIMA, G. A. S. F. O canto da sereia: aplicação da teoria de Graham na Bm&fBovespa. AOS Brazil,v. 1, n. 1, p. 79-93, 2012

TESTA, C. H. R. Aplicação da estratégia de investimento de Graham à BM&FBovespa para o pequeno investidor. In: XIV SemeAD - Seminários em Administração. São Paulo, 2011.

TOSTA DE SÁ, G. Administração de investimentos: teoria de carteiras e gerenciamento de riscos. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1999.

Tsay, Ruey S. Analysis of financial time series, 1951

R Core Team (2019). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.

SCHWARZ, G. Estimating the dimensional of a model. *Annals of Statistics*, Hayward, v.6, n.2, p.461-464, Mar. 1978.

SHARPE, W. Mutual fund performance. *Journal of Business*, v. 34, p. 119–138, 1966

SHARPE, W. The sharpe ratio. *Journal of Portfolio Management*, v. 2, n. 58, p. 48–8, 1994.

VARGA, G. Índice de sharpe e outros indicadores de performance aplicados a fundos de ações brasileiros. *Revista de Administração Contemporânea*, v. 5, n. 3, p. 215–245, 2001